

Олейник В. П., Прокофьев В. П.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМА. АТОМ КАК НЕИССЯКАЕМЫЙ ИСТОЧНИК ЭКОЛОГИЧЕСКИ ЧИСТОЙ ЭНЕРГИИ

Department of General and Theoretical Physics,
National Technical University of Ukraine «Kiev Polytechnic Institute»
Prospect Pobedy 37, Kiev, 03056, Ukraine;
e-mail: valoleinik@ukr.net

Предложен принципиально новый подход к энергетической проблеме, в основе которого лежит возбуждение в электронной подсистеме атома квантовых переходов, приводящих к увеличению дефекта массы атома. Исходя из дираковской модели электрона, построена последовательная квантовая теория атома водорода как системы двух взаимодействующих между собой частиц — электрона и протона. Показано, что движение ядра в атоме водорода существенно влияет на физические свойства атома. Энергетический спектр атома содержит две области связанных состояний электрона и ядра, разделенные между собой энергией порядка $2m_2c^2$ (m_2 — масса протона, c — скорость света). Вследствие этого, имеются такие состояния атома, в которых дефект массы атома достигает значения $2m_1$ (m_1 — масса электрона). Существование квантовых состояний атома с аномально высоким дефектом массы и способность атома совершать переходы из состояний с меньшим значением дефекта массы в состояния с большим значением открывают перспективу создания **активных тепловых машин (ТМ), производящих избыточную энергию**, т.е. преобразующих энергию окружающей среды в активную форму. С принципиальной точки зрения идея получения избыточной энергии в активной ТМ не отличается от физической идеи, осуществляемой в хорошо изученных реакциях термоядерного синтеза. В обоих случаях речь идет об организации и поддержании в системе взаимодействующих частиц физических процессов, в которых состояние системы изменяется таким образом, что дефект массы системы с течением времени увеличивается по сравнению с дефектом массы в начальном состоянии. **Различие между активной ТМ и термоядерным реактором заключается лишь в том, что в них используются физические процессы различных типов: в первом случае — электронные процессы в атомах, а во втором — процессы, протекающие при столкновении нуклонов и ядер.** То обстоятельство, что оба явления — получение избыточной энергии в активной ТМ и освобождение энергии в реакции термоядерного синтеза — имеют одну и ту же физическую природу и описываются одной и той же величиной — дефектом массы, означает, что возможность получения избыточной энергии столь же реальна, как и термоядерный синтез. Поскольку в активных ТМ энерговыделение происходит за счет электронных процессов в атомах, а не в результате синтеза или расщепления атомных ядер, то **активные ТМ будут экологически безопасными источниками энергии.** Топливом для активной тепловой машины может служить любое вещество, атомы которого могут находиться в состояниях с различными значениями дефекта массы. **Результаты настоящей работы не противоречат законам термодинамики.** Схема и принципы действия ТМ, описываемые в учебниках по термодинамике, относятся лишь к таким ТМ, которые изолированы от окружающей среды (такие ТМ естественно назвать пассивными). **Представление о принципиальной невозможности превращения энергии окружающей среды в активную форму, глубоко укоренившееся в сознании, является глубочайшим и трагическим заблуждением прошлого века,** приведшим к ориентации экономики планеты исключительно на пассивные ТМ. Последствия известны: исследования по преобразованию энергии среды в активную форму (Н. Тесла, К.Э. Циолковский, П.К.Ощепков и др.) были заблокированы и объявлены лженаукой, и человечество к концу века оказалось на грани экологической катастрофы. Реальный путь к решению энергетической проблемы, как видно из результатов работы, лежит через исследования, направленные на создание **активных ТМ — качественно новых экологически чистых источников энергии.**

Ключевые слова: энергетическая проблема, экологически чистый источник энергии, энергетический спектр атома, движение ядра в атоме, дефект массы атома, квантовые переходы с увеличением дефекта массы, активные и пассивные тепловые машины, избыточная энергия.

1. Введение. От термоядерного реактора к активной тепловой машине

Успехи, достигнутые нашей цивилизацией в развитии науки и техники, поистине грандиозны. Мы располагаем совершеннейшей системой коммуникаций (радио, телевидение, интернет); разработали множество высокочувствительных микроэлектронных устройств, выполняющих разнообразные практические задачи во всех областях науки и техники; создали такие транспортные средства, которые позволили выйти в космос и устремиться к освоению околоземного пространства; успешно развиваем нанотехнологии, которым принадлежит будущее. Имеется, однако, одно обстоятельство, которое все более тревожит нас: все эти замечательные технические достижения получены слишком дорогой ценой — ценой катастрофического и, возможно, необратимого загрязнения окружающей среды отходами производства.

По мере дальнейшего развития техники становится все более ясно, что продолжение производственной деятельности на основе прежних методов хозяйствования ставит под угрозу само существование человека на Земле: в результате нашей производственной активности наша планета может оказаться непригодной для жизнедеятельности человека как в силу того, что окажутся исчерпанными запасы ископаемого топлива на Земле, так и в силу такого уровня загрязнения биосферы, при котором станет невозможным продолжение жизни. Дальнейший технический прогресс требует радикального изменения поведения человека в производственной сфере. Необходимо отказаться от применения технологий, наносящих ущерб природе, и, в частности, от использования в качестве топлива ископаемого сырья — угля, нефти, газа, разработав качественно новые, экологически чистые источники энергии.

В связи с тем, что непрерывное развитие техники требует постоянного увеличения объема потребляемой энергии, **энергетическая проблема** становится все более актуальной. Создание качественно новых источников энергии, способных удовлетворить растущие потребности человека в энергии и обеспечить экологическую безопасность планеты, является неотложной задачей, значение которой таково, что мы вправе назвать ее **сверхзадачей XXI века**, стоящей перед физикой и техникой.

Долгое время казалось, что к решению энергетической проблемы приведут исследования по управляемому термоядерному синтезу (УТС). Однако эти надежды не оправдались ввиду того, что не удалось преодолеть огромные трудности, возникшие в ходе исследований. В настоящее время некоторые страны, например, США вообще отказались от дальнейших исследований по УТС.

В настоящей работе показано, что реальный путь к решению упомянутой сверхзадачи открывает современная **квантовая электродинамика**. Она достигла такого уровня развития, который позволяет найти источники энергии и разработать эффективные методы ее получения.

Напомним, что согласно квантовым представлениям любая микросистема, находящаяся в **основном состоянии** (т.е. в состоянии с минимальной энергией), не пребывает в состоянии покоя, а совершает колебания, называемые **нулевыми** [1]. Примером может служить **квантовый осциллятор**, энергия нулевых колебаний которого составляет $\hbar\omega/2$, где ω — частота осциллятора, \hbar — постоянная Планка. Любая квантовая частица, обладающая массой покоя, совершает также особое колебательное движение, называемое **дрожательным движением** (Zitterbewegung, [2]). Отсюда следует, что окружающий нас мир, состоящий из разного рода частиц и соответствующих им физических полей — электронно-позитронного, электромагнитного и других, представляет собой огромный резервуар, наполненный энергией. Этой энергии вполне достаточно для того, чтобы полностью удовлетворить потребности человека в энергии. И задача состоит в том, чтобы разработать простые и эффективные технологии извлечения энергии из окружающей среды.

В связи с изложенным выше возникает множество вопросов. Не являются ли нулевые колебания и дрожательное движение лишь чисто теоретическими абстракциями? Возможно ли в принципе использовать их энергию на практике, и не противоречит ли эта идея фундамен-

тальным физическим законам? И, наконец, как сконструировать тот ковш, который позволил бы черпать энергию из окружающего нас безбрежного резервуара энергии?

Прежде чем ответить на эти вопросы, отметим, что многие исследователи, размышляя об источниках энергии, приходили к выводу о необходимости радикального изменения традиционного подхода к решению энергетической проблемы.

Д.И. Менделеев считал безрассудным добывать энергию путем сжигания минерального топлива, являющегося прекрасным химическим сырьем. Он предупреждал, что такой способ хозяйствования неминуемо приведет, ввиду ограниченности природных запасов сырья, к их полному истощению.

Н. Тесла, выступая с лекцией в американском институте инженеров-электриков (май 1891 г.), утверждал, что окружающее нас пространство является неисчерпаемым источником энергии. Будучи уверенным в том, что **«должны найтись и прямые способы утилизации этой энергии»**, он предвидел, что когда это произойдет, **«... человечество пойдет вперед гигантскими шагами. Одно созерцание этой величественной перспективы поднимает наш дух, укрепляет нашу надежду и наполняет наши сердца величайшей радостью»**[3,4]¹.

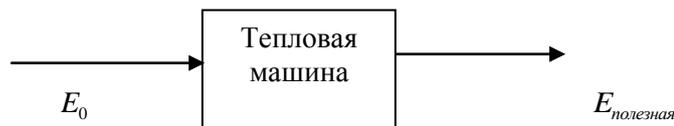
К.Э. Циолковский, анализируя известный вывод Клаузиуса о неизбежности тепловой смерти вселенной, подчеркивал, что этот вывод неверен, так как в природе происходят не только процессы рассеяния энергии, в которых развитие идет с возрастанием энтропии, приводя к разрушению внутренней структуры физической системы [5-7]. **Наряду с процессами рассеяния, неизбежно происходят и обратные по отношению к ним процессы концентрации энергии, сопровождающиеся уменьшением энтропии и приводящие к организации внутренней структуры** (например, процессы самоорганизации, саморегулирования, самоуправления, протекающие в живых организмах). Циолковский сформулировал идеи об обратимости рассеяния тепла и о возможности управления процессом круговорота (обратимости) энергии в природе, когда за счет концентрации энергии обеспечивается новый цикл развития. По мысли Циолковского, круговорот энергии имеет всеобщий, универсальный характер, он происходит как в микромире, так и в любых макросистемах, поддерживая **«вечную юность вселенной»**[4]. Важнейшая задача состоит в том, чтобы установить условия, при которых рассеянная энергия в окружающей среде может вновь сосредоточиться для активного действия. Зная такие условия и соблюдая их, можно черпать энергию из безграничных запасов рассеянной энергии.

Значительным вкладом в развитие идей Циолковского являются работы **П.К. Ощепкова**, в которых дано теоретическое обоснование вывода о том, что **«закон концентрации энергии — фундаментальный закон природы»**. Как пишет Ощепков, **«едва ли не самой дерзновенной мечтой человечества является овладение процессами естественного круговорота энергии в природе»** [8].

В настоящее время ведутся дискуссии по поводу особого рода тепловых машин, называемых вихревыми теплогенераторами (ВТГ) (см. обзорную работу [9]). По утверждению их разработчиков [10–13], эффективность ВТГ (отношение производимой теплоты к потребляемой энергии), в отличие от обычных тепловых машин, превышает 1 за счет получения **избыточной энергии**. По нашему мнению, более точное название ВТГ — кавитационные теплогенераторы, поскольку процессы, происходящие в такого рода тепловых машинах, обусловлены явлением кавитации. Как показали наши исследования, эффективность кавитационных теплогенераторов может, действительно, превышать единицу.

Чтобы разъяснить, что такое избыточная энергия и какова физическая природа ее возникновения, напомним общепринятые представления о работе тепловой машины (ТМ). Последняя представляет собой **черный ящик**, на вход которого подается энергия E_0 :

¹ “Nature has stored up in the universe infinite energy... We are whirling through endless space with an inconceivable speed, all around us everything is spinning, everything is moving, everywhere is energy. There might be some way of availing ourselves of this energy more directly. Then, with the light obtained from the medium, with the power derived from it, with every form of energy obtained without effort, from the store forever inexhaustible, humanity will advance with giant strides. The mere contemplation of these magnificent possibilities expands our minds, strengthen our hopes and fills our hearts with supreme delight” [3].



Одна часть подводимой извне энергии E_0 затрачивается на совершение работы по преодолению сил трения (это энергия потерь $E_{потерь}$), а другая часть, которую обозначим через $E_{полезная}$, преобразуется в иные формы энергии. Энергия $E_{полезная}$ — это та часть энергии, которая имеется на выходе из черного ящика и идет на нужды потребителя. Закон сохранения энергии записывают в виде:

$$E_0 = E_{потерь} + E_{полезная}.$$

Отсюда $E_{полезная} = E_0 - E_{потерь} < E_0$. Поэтому коэффициент полезного действия ТМ составляет:

$$к.п.д. = \frac{E_{полезная}}{E_0} \cdot 100\% < 100\%.$$

При таком подходе можно говорить лишь о повышении к.п.д. тепловой машины за счет уменьшения $E_{потерь}$, неизбежных при трансформации энергии.

В приведенных рассуждениях использованы два предположения: 1) энергия E_0 , подаваемая на вход ТМ, в точности совпадает с той энергией, которой располагает пользователь ТМ (например, это энергия, потребляемая из электрической сети, или энергия, получаемая за счет сжигания минерального топлива), и 2) окружающая среда играет пассивную роль; она лишь предоставляет место в некоторой области пространства, в которой происходит трансформация энергии, извлекаемой пользователем из каких-либо источников, но никак не участвует в происходящих при этом физических процессах; иными словами, **предполагается, что тепловая машина не взаимодействует с окружающей средой, она способна только преобразовывать энергию E_0 , подводимую извне пользователем, в другие формы энергии, неся неизбежные потери из-за наличия трения.**

Отметим, что в основе современных физических представлений лежит убеждение в том, что любая физическая система может существовать сама по себе, не взаимодействуя с окружением, и что она не утрачивает своих физических свойств, будучи изолированной от окружающей среды. Следует напомнить, что в механике любое тело рассматривается как совокупность материальных точек (точечных частиц), которые представляют собой по существу простейшие замкнутые системы. Хотя составляющие тело материальные точки и могут взаимодействовать между собой, но взаимодействие между ними рассматривается скорее как внешний фактор, а не как физическое свойство, внутренне присущее материальной точке по самой природе вещей. Как будет подробнее показано далее, представление о частице как о замкнутой системе глубоко ошибочно: любая реальная частица является открытой системой, взаимодействующей с окружением, причем ее физические свойства зависят от окружения и определяются им. В приведенной выше схеме работы ТМ, заимствованной из учебников по термодинамике, окружение не учитывается вовсе. **Эта схема, следовательно, является идеализацией, описывающей лишь частный случай ТМ,** когда энергия E_0 совпадает в точности с энергией, имеющейся в распоряжении пользователя.

Для выживания человека и продолжения жизни на планете необходимо создать качественно новые ТМ, действие которых будет основано на физических принципах, существенно отличающихся от принципов работы существующих ныне ТМ. Назначение новых ТМ должно будет состоять не в том, чтобы энергию E_0 , которой пользователь располагает перед началом каждого рабочего цикла, преобразовать в энергию $E_{полезная}$, а в том, чтобы извлечь энергию из окружающей среды и превратить ее из **пассивной**, непригодной для практического использования, в **активную**, способную совершать работу. Энергия E_0 должна будет расходоваться лишь на возбуждение и организацию в ТМ таких физических процессов, в результате которых энергия окружающей среды перераспределяется в пространстве и, сосредоточиваясь

внутри ТМ, переходит в активную форму. Под **избыточной энергией** мы понимаем ту часть энергии окружающей среды, которая переходит в тепловой машине в активную форму, становясь энергией высокого качества, и может быть использована потребителем для решения практических задач. В дальнейшем для краткости изложения тепловые машины, способные получать избыточную энергию, будем называть **активными ТМ**, а обычные тепловые машины, описываемые в учебниках по термодинамике, — **пассивными ТМ**.

Упомянутые выше вихревые теплогенераторы (ВТГ) являются, по-видимому, активными ТМ, т.е. представляют собой двигатели, в которых избыточная энергия получается за счет энергии окружающей среды. Состояние проблемы ВТГ, как можно судить по имеющейся в настоящее время литературе, характеризуется тем, что ныне не существует теории, объясняющей физические причины появления избыточной энергии. Более того, если исходить из общепринятых физических представлений по термодинамике, изложенных в учебниках, то можно заключить, что получение избыточной энергии запрещено законами физики и, следовательно, создание активной ТМ принципиально невозможно. Поэтому не удивительно, что большинство физиков отрицает саму возможность превращения энергии окружающей среды в активную форму и относится к исследованиям в интересующей нас области как к лженауке.

Здесь уместно вспомнить, что в конце XIX века подавляющее большинство физиков было уверено в том, что физика как наука полностью завершена, все принципиальные проблемы теории решены, развитие физики закончилось. Психологическую атмосферу в среде физиков того времени хорошо выражают слова профессора Жолли (учителя М. Планка — будущего автора квантовой гипотезы), обращенные к Планку, когда тот, заканчивая университет в Мюнхене (1878 г.), пришел к своему учителю за советом и сообщил ему, что хочет посвятить себя теоретической физике: «Молодой человек, зачем вы хотите испортить себе жизнь, ведь теоретическая физика уже практически закончена. Остаётся рассмотреть отдельные частные случаи с изменёнными граничными и начальными условиями. Стоит ли браться за такое бесперспективное дело?» История физики, как видим, наглядно показывает, какой может быть истинная ценность мнения большинства специалистов по вопросам науки принципиального характера.

Цель данной работы состоит в том, чтобы показать, почему явление перехода энергии окружающей среды из пассивной формы в активную реально существует, установить физическую природу этого явления, его возможные физические механизмы и выяснить условия, при которых становится возможным выделение избыточной энергии. Как будет видно из дальнейшего, **представление о принципиальной невозможности создания активных тепловых машин, глубоко укоренившееся в сознании, является глубочайшим и трагическим заблуждением прошлого века, оказавшимся серьезной преградой на пути технического прогресса и поставившим человечество на грань экологической катастрофы.**

Реальные физические системы, которые в механике рассматриваются как совокупности материальных точек, состоят из электрически заряженных частиц — электронов и ядер, объединенных в атомы, молекулы, ионы и в более крупные образования (например, кластеры, домены и пр.). Наличие электрических зарядов, неотделимых от реальных частиц, приводит к тому, что частицы порождают в окружающем пространстве дальнедействующие поля — электрические и магнитные, вихревые и потенциальные, которые оказываются столь же неотделимыми от частиц, как и электрические заряды, которыми обладают частицы. Особую роль в природе играют потенциальные поля (например, кулоновское поле), источниками и стоками которых служат электрически заряженные частицы. Главная особенность указанных полей состоит в том, что они не могут в принципе обрываться в какой-либо ограниченной области пространства, поскольку их силовые линии идут от одних заряженных частиц (источников) к другим частицам (стокам) или в бесконечность. Это означает, что любая реальная частица представляет собой **открытую систему**, способную взаимодействовать с материальными объектами, лежащими далеко за пределами ее пространственной локализации. Существенно, что реальные электрически заряженные частицы представляют собой физические системы с **обратной связью**, поскольку создаваемые частицами собственные поля способны оказывать обратное воздействие на сами частицы. Следовательно, **частицы, существующие в природе, являются открытыми, самоорганизующимися, самоуправляемыми системами** [14–19].

Очевидно, что отмеченные выше физические свойства реальных частиц играют опреде-

ляющую роль в природных процессах и эти свойства необходимо учитывать как при рассмотрении общих проблем энергетики, так и при анализе физических процессов, происходящих в тепловых машинах и приводящих к выделению в них избыточной энергии.

Для того чтобы достичь более глубокого понимания сущности физических процессов, приводящих к выделению интересующей нас избыточной энергии, естественно обратиться к изучению моделей простейших физических систем, среди которых нужно указать, в первую очередь, электрон. В этой связи напомним известное высказывание В. Томсона — патриарха физики конца XIX — начала XX века: «Скажи мне, что такое электрон, и я объясню тебе все остальное».

Современная квантовая электродинамика (КЭД) исходит из представления о том, что электрон — бесструктурная точечная частица. Это предположение приводит к появлению в теории серьезных затруднений — расходимости собственной энергии электрона, невозможности объяснить известную из опытных данных высокую стабильность электрона и др., которые не удалось преодолеть до сих пор. Как отмечал П. Дирак, один из создателей квантовой электродинамики, **трудности КЭД, «ввиду их принципиального характера, могут быть устранены лишь радикальным изменением основ теории, вероятно, столь же радикальным, как переход от теории боровских орбит к современной квантовой механике»** ([1], с.403).

Анализ проблемы электрона [14] показывает, что ключ к ее решению дает последовательный учет электрического заряда частицы как физического свойства, внутренне присущего электрону по самой природе вещей. Поскольку электрический заряд неотделим от электрона, то кулоновское поле, создаваемое частицей благодаря существованию заряда, должно быть включено в определение частицы на самом начальном этапе построения модели электрона. Такой подход, изложенный в серии работ [20, 21, 14], привел к обобщению известного уравнения Дирака для электрона. Обобщенное квантовое уравнение учитывает самодействие частицы, т.е. обратное действие на электрон со стороны кулоновского поля, создаваемого электроном, и позволяет, благодаря этому, исследовать физические свойства электрона как открытой самоорганизующейся физической системы.

Следует подчеркнуть, что открытость электрона как физической системы обеспечивается тем, что электрон имеет электрический заряд. Благодаря электрическому заряду электрон создает в окружающем пространстве электромагнитное поле (собственное поле), которое является дальнедействующим (потенциал Φ электрического поля очень медленно убывает с рас-

стоянием, $\Phi \sim \frac{1}{r}$, r — расстояние от электрона до рассматриваемой точки поля). Распределение электрического заряда электрона в основном состоянии состоит из **области основной локализации** с линейными размерами порядка боровского радиуса a_0 ($a_0 \sim 10^{-10}$ м) и **хвоста**, простирающегося до бесконечности. Существенно, что из-за нелинейности динамического уравнения электрона волновая функция не подчиняется принципу суперпозиции. В силу этого **электрон приобретает свойства абсолютно твердого тела**: возмущение, испытываемое электроном в момент времени t в области основной локализации, в следующий момент $t+0$ становится известным на любом расстоянии от нее [14, 17]. Все три компоненты электрона — область основной локализации электрически заряженной материи, хвост распределения электрического заряда, простирающийся до бесконечности, и собственное поле — неотделимы друг от друга, образуя единую физическую систему. **Электрон является, таким образом, пространственно протяженным объектом и занимает, по существу, все пространство.**

Как видно из изложенных выше представлений об электроном, идея получения избыточной энергии внутри ТМ вполне разумна и теоретически обоснована. Ввиду того, что электроны входят в состав атомов и молекул, **любое материальное тело является открытой системой.** Принципиальная возможность извлечь избыточную энергию в некоторой ограниченной области, используя свойство открытости электрона и других заряженных частиц, становится очевидной. Применительно к интересующей нас задаче **речь идет о том, чтобы, учитывая открытость ТМ как физической системы, возбудить в ней такие физические процессы, которые привели бы к концентрации энергии внутри ТМ путем перераспределения энергии в окружающей среде и внутри ТМ.**

Главную роль в указанном перераспределении энергии должны играть, безусловно, микроскопические процессы, то есть процессы взаимодействия между электронами, ионами, атомами и молекулами. Поэтому **физическое объяснение эффекта выделения избыточной энергии нужно искать в квантовой электродинамике**, исследуя взаимодействие между электрически заряженными частицами, рассматриваемыми как открытые пространственно распределенные системы.

Чтобы понять физическую природу явления, естественно обратиться к простейшей системе из двух взаимодействующих между собой частиц, обладающих электрическими зарядами противоположных знаков, — атому водорода. Проведенное нами предварительное исследование атома водорода на основе релятивистских уравнений движения механики, дополненных условием квантования $L = n\hbar$ (L — полный момент импульса атома, $n = 1, 2, \dots$), показало, что если ядро в атоме рассматривается как независимая степень свободы, то существуют такие состояния атома, в которых **расстояние между электроном и ядром может быть существенно меньшим, чем борковский радиус a_0** . С физической точки зрения это означает, что при определенных условиях величина энергии связи электрона и протона в атоме возрастает и, следовательно, возрастает дефект массы атома.

Напомним, что дефектом массы системы взаимодействующих между собой частиц называется разность между суммой масс покоя свободных частиц, на которые распалась бы система, если бы расстояние между частицами неограниченно возрастало, и массой покоя системы как целого. Дефект массы (обозначим его через δm) имеет глубокий физический смысл. Он характеризует энергию связи между частицами системы, а именно: величина $\delta m c^2$ (c — скорость света в вакууме) равна той максимальной энергии, которая может выделиться при образовании связанной системы из составляющих ее частиц. Следовательно, **найдя способ увеличения дефекта массы атомов, мы тем самым откроем путь к получению избыточной энергии**. Величина энерговыделения атома при изменении дефекта массы от начального значения δm_1 до конечного δm_2 ($\delta m_2 - \delta m_1 > 0$) составляет $\delta m_2 - \delta m_1 c^2$.

Согласно квантовой теории атома водорода [22], построенной в предположении, что ядро является неподвижным кулоновским центром, дефект массы электрона в атоме определяется формулой

$$\frac{\alpha^2}{2n^2} m_0 \equiv \delta m_n, \quad (1)$$

где α — постоянная тонкой структуры, m_0 — масса покоя электрона, $n = 1, 2, \dots$ — главное квантовое число. Как видно из этой формулы, дефект массы уменьшается с увеличением главного квантового числа, принимая наибольшее значение в основном состоянии атома (при $n = 1$). Отметим, что $\delta m_1 c^2 = I_0$, I_0 — энергия ионизации атома водорода (при условии, что электрон в атоме находится в основном состоянии, $I_0 = 13,6$ эВ).

Упомянутый выше результат, относящийся к атому водорода и полученный нами в рамках классической релятивистской механики, свидетельствует о том, что **при учете движения ядра атома возникают особые состояния атома, характеризующиеся аномально высоким дефектом массы, т.е. аномально сильной связью электрона и ядра**. Расчет показывает, что дефект массы электрона может достигать нескольких десятых долей массы покоя электрона и при этом электрон приближается к ядру до расстояний порядка 10^{-15} м.

Этот результат кажется несколько неожиданным: до сих пор считалось, что учет движения ядра как независимой степени свободы атома не может существенно повлиять на поведение атома водорода. Казалось очевидным, что, ввиду огромного различия в массах электрона и ядра, последнее можно считать неподвижным, заменив его действие внешним полем и сведя таким образом задачу о движении атома к одночастичной задаче о движении электрона в заданном внешнем поле. Эта точка зрения обосновывалась тем, что в нерелятивистском приближении квантовое уравнение движения для атома водорода распадается на два независимых уравнения: одно из них описывает свободное движение центра масс атома, а второе — относительное движение электрона и ядра и сводится к движению частицы с приведенной массой.

При таком подходе, ввиду очень малого отличия приведенной массы от массы свободного электрона, влияние движения ядра на поведение электрона в атоме оказывается малым. В нерелятивистском приближении возможность разделения переменных обусловлена тем, что массы частиц не зависят от скорости. В релятивистской теории положение меняется: масса частицы зависит от ее скорости и, вследствие этого, разделить переменные в квантовом уравнении движения атома невозможно.

Имеется еще одно обстоятельство, учет которого может оказаться существенным при описании поведения атома. В квантовой релятивистской теории атома с закрепленным ядром выпадают из поля зрения как дрожательное движение ядра [2], так и особенности энергетического спектра атома, обусловленные наличием состояний протона с отрицательной энергией. Выполненный нами расчет и указывает на то, что пренебрегать движением ядра недопустимо, т.к. влияние движения ядра на поведение атома может быть значительным.

Из полученных результатов видно, что по своим физическим свойствам электрон в реальном атоме может существенно отличаться от электрона в модели атома с закрепленным ядром. На примере атома водорода показано, что существуют такие состояния атома, в которых дефект массы заметно превосходит по величине дефект массы в стационарном состоянии, определяемый в стандартной теории по формуле (1). При переходе атома из стационарного состояния с дефектом массы (1) в состояние, обладающее аномально высоким дефектом массы, выделяется энергия, значительно превышающая энергию стационарного состояния.

Сделанный нами вывод о возможности увеличения дефекта массы атома согласуется с релятивистской теоремой вириала, согласно которой дефект массы системы частиц, взаимодействующих между собой по закону Кулона, увеличивается с увеличением скорости частиц в системе. Интересно, что из теоремы вириала следует также, что если в системе частиц, связанных между собой кулоновскими силами, скорость каждой частицы стремится к скорости света, то полная энергия системы приближается к нулю и, следовательно, дефект массы системы приближается к максимально возможному значению — сумме масс покоя частиц, составляющих систему. Это значит, что в указанном пределе сумма масс покоя частиц полностью переходит в энергию связи между частицами, а **составная частица оказывается безмассовой**.

Подчеркнем, что с **принципиальной точки зрения идея получения избыточной энергии в активной тепловой машине не отличается от физической идеи, осуществляемой в хорошо изученных экзотермических ядерных реакциях и, в частности, в реакциях термоядерного синтеза**. Как в первом случае, так и во втором речь идет об организации и поддержании в системе взаимодействующих частиц физических процессов, в которых состояние системы изменяется таким образом, что дефект массы системы с течением времени увеличивается по сравнению с дефектом массы в начальном состоянии. В обоих случаях энерговыделение равно увеличению величины энергии связи между взаимодействующими частицами. **Различие между активной ТМ и термоядерным реактором заключается лишь в том, что в них используются физические процессы различных типов** — в первом случае используются электронные процессы, происходящие внутри атомов, а во втором — процессы, протекающие при столкновении нуклонов и ядер. Отсюда вытекает **еще одно различие** — **в масштабах энерговыделения**: величина освобождаемой энергии в расчете на один акт взаимодействия в первом случае не превышает нескольких десятых долей МэВ, а во втором — она может составлять десятки МэВ. На основании аналогии с термоядерным реактором активную ТМ естественно назвать **термоатомным реактором**. Действительно, в этом устройстве будущего индуцируются такие переходы атома из одного состояния в другое, сопровождающиеся энерговыделением, при которых не изменяется состояние ядра.

Изложенное выше позволяет сделать вывод принципиальной важности, который можно сформулировать следующим образом. Установление того обстоятельства, что обсуждаемые явления (выделение избыточной энергии в активной ТМ и освобождение энергии в реакции термоядерного синтеза) имеют одну и ту же физическую природу и описываются одной и той же величиной — дефектом массы, **снимает все возражения, выдвигавшиеся специалистами в течение двух веков против принципиальной возможности превращения энергии окружающей среды в активную форму**. Более того, мы вправе утверждать, что, **доказав тождество обсуждаемых явлений с физической точки зрения, мы тем самым получили доказа-**

тельство реальности интересующего нас явления: оно существует с необходимостью в той же мере, в какой существуют хорошо изученные в экспериментах по столкновению ядер реакции термоядерного синтеза. Установив, что существуют состояния атома водорода, в которых дефект массы атома значительно превышает дефект массы в стационарном состоянии, мы тем самым получили веский аргумент в пользу практической возможности создания активных ТМ.

Вместе с тем следует отметить, что, поскольку процессы, происходящие внутри атома, имеют заведомо квантовую природу, их количественное описание возможно только на основе квантовых уравнений движения. Поэтому полученные нами в рамках классической теории результаты, относящиеся к атому водорода, имеют лишь качественный характер. Чтобы получить количественное описание атома, необходимо обратиться к квантовой теории.

Последующая часть работы посвящена квантовой теории атома водорода.

В разделах 2 и 3 приведены, для полноты изложения и удобства ссылок, известные результаты по квантовой теории атома водорода. Рассмотрено нерелятивистское приближение, а также представлена релятивистская формулировка, исходящая из уравнения Дирака и использующая предположение, что ядро является неподвижным кулоновским центром.

В разделе 4 получено основное релятивистское квантовое уравнение, описывающее атом водорода как систему двух независимых частиц — электрона и протона, взаимодействующих между собой. Предлагаемая формулировка задачи об атоме водорода является прямым обобщением нерелятивистской теории и теории, основанной на уравнении Дирака.

На основе предложенного нами релятивистского квантового уравнения движения в разделе 5 исследован энергетический спектр атома водорода. Согласно полученным результатам, учет движения ядра атома как квантовой частицы приводит к увеличению числа разрешенных и запрещенных зон в энергетическом спектре атома и к появлению дополнительной области связанных состояний электрона и ядра, характеризующихся аномально большим дефектом массы.

В разделе 6 исследованы связанные состояния атома водорода. Показано, что в частном случае, когда атом как целое покоится, основное квантовое уравнение движения приводится к системе дифференциальных уравнений для компонент волновой функции атома, зависящих от одной переменной. Получены волновые функции и энергии атома в этих состояниях в нерелятивистском приближении.

В заключительном разделе сформулированы основные результаты работы.

2. Атом водорода. Нерелятивистское приближение

Поведение атома водорода, рассматриваемого как система двух квантовых частиц — электрона и протона, взаимодействующих между собой кулоновскими силами, в нерелятивистском приближении описывается временным уравнением Шредингера (см. [23])

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H} \Psi, \quad (2)$$

где $\Psi = \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t)$ — волновая функция атома в момент времени t , \vec{r}_1 и \vec{r}_2 — радиусы-векторы электрона и протона (ядра атома), $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_1} \nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m_2} \nabla_2^2 + U(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$ — оператор Гамильтона атома, m_1 и m_2 — массы электрона и ядра, $U(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = -\frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}$ — потенциальная энергия взаимодействия электрона и ядра.

Перейдем в систему центра масс атома, т.е. выполним преобразование

$$\vec{r}_1, \vec{r}_2 \rightarrow \vec{r}, \vec{R}: \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2, \quad \vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}, \quad (3)$$

где \vec{r} — радиус-вектор электрона относительно ядра, \vec{R} — радиус-вектор центра масс атома. Так как в нерелятивистском приближении $m_i = const$, $i=1,2$, то справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \nabla_1 &= \nabla_{\vec{r}} + \frac{m_1}{m_1 + m_2} \nabla_{\vec{R}}, & \nabla_2 &= -\nabla_{\vec{r}} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \nabla_{\vec{R}}, \\ -\frac{\hbar^2}{2m_1} \nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m_2} \nabla_2^2 &= -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\vec{r}}^2 - \frac{\hbar^2}{2M} \nabla_{\vec{R}}^2, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$, $M = m_1 + m_2$, μ — приведенная масса электрона и ядра. Следовательно, в переменных \vec{r} и \vec{R} оператор Гамильтона атома принимает вид:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\vec{r}}^2 + U(\vec{r}) - \frac{\hbar^2}{2M} \nabla_{\vec{R}}^2 \equiv \hat{H}(\vec{r}, \vec{R}). \quad (5)$$

Из выражения (5) следует, что решение временного уравнения Шредингера (2) можно искать в виде

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) = e^{-iEt/\hbar} \Phi(\vec{R}) \Psi(\vec{r}), \quad E = const. \quad (6)$$

Подстановка (6) в (2) приводит к уравнению $\hat{H}(\vec{r}, \vec{R}) \Phi(\vec{R}) \Psi(\vec{r}) = E \Phi(\vec{R}) \Psi(\vec{r})$, которое распадается на два независимых стационарных уравнения Шредингера:

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla_{\vec{R}}^2 \Phi(\vec{R}) = E_M \Phi(\vec{R}), \quad \left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\vec{r}}^2 + U(\vec{r}) \right) \Psi(\vec{r}) = \varepsilon \Psi(\vec{r}). \quad (7)$$

Здесь ε — энергия частицы с массой μ в кулоновском поле $U(\vec{r})$, E_M — энергия движения атома как целого, $\varepsilon + E_M = E$. Первое из уравнений (7) описывает движение свободной частицы с массой M , равной сумме масс электрона и ядра, и энергией E_M , т.е. движение центра масс атома, а второе — описывает движение электрона относительно ядра.

Решение первого из уравнений (7) имеет вид плоской волны:

$$\Phi(\vec{R}) = ce^{i\vec{P}\vec{R}/\hbar}, \quad (8)$$

где \vec{P} — полный импульс атома, $\frac{\vec{P}^2}{2M} = E_M$. Решение второго уравнения можно представить в виде:

$$\Psi(\vec{r}) = \tilde{R}(r) Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (9)$$

где $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ — сферическая функция, l и m — орбитальный и магнитный моменты электрона в атоме, $\tilde{R} = \tilde{R}(r)$ — радиальная функция, подчиняющаяся уравнению

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\tilde{R}}{dr} \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \tilde{R} + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(\varepsilon + \frac{e^2}{r} \right) \tilde{R} = 0. \quad (10)$$

При выводе последнего уравнения учтено, что $\hat{L}^2 Y_{lm} = l(l+1) Y_{lm}$, где $\hat{L} = [\vec{r}, \hat{p}]$ — оператор момента импульса, $\hat{p} = -i\hbar \nabla_{\vec{r}}$. Уравнение (10) удобно привести к безразмерному виду, введя безразмерные величины

$$r' = \frac{r}{\tilde{a}_0}, \quad \varepsilon' = \frac{\varepsilon}{2\tilde{I}_0}, \quad (11)$$

где $\tilde{a}_0 = \frac{\hbar^2}{\mu e^2}$ — боровский радиус для частицы с массой μ , $\tilde{I}_0 = \frac{\mu e^4}{2\hbar^2}$ — энергия ионизации атома. В безразмерной форме уравнение (10) записывается в виде:

$$\frac{1}{r'^2} \frac{d}{dr'} \left(r'^2 \frac{d\tilde{R}}{dr'} \right) - \frac{l(l+1)}{r'^2} \tilde{R} + 2 \left(\varepsilon' + \frac{1}{r'} \right) \tilde{R} = 0. \quad (12)$$

Если ввести обозначение $\tilde{R} = \frac{\chi}{r}$, то функция χ подчиняется уравнению

$$\left[\frac{d^2}{dr'^2} - \frac{l(l+1)}{r'^2} + 2\left(\varepsilon' + \frac{1}{r'}\right) \right] \chi = 0,$$

решение которого ищем в виде

$$\tilde{R} = \rho^l e^{-\rho/2} w(\rho), \tag{13}$$

где

$$\rho = \frac{2r'}{n}, \quad n = \frac{1}{\sqrt{-2\varepsilon'}}. \tag{14}$$

Функция $w(\rho)$ удовлетворяет уравнению

$$\rho w'' + (2l + 2 - \rho)w' + (n - l - 1)w = 0,$$

решением которого является вырожденная гипергеометрическая функция

$$w = F(-n + l + 1, 2l + 2, \rho). \tag{15}$$

Физическое решение, описывающее состояния дискретного спектра энергии и подчиняющееся известным стандартным условиям, дается формулами (13) и (15) при целых положительных значениях n , причем должно выполняться неравенство $n \geq l + 1$ (в этом случае функция $w(\rho)$ сводится к полиному степени $n - l - 1$). Указанное решение имеет вид [24] ($L_n^m(\rho)$ — обобщенный полином Лягерра, $c = const$):

$$\tilde{R} = c \rho^l e^{-\rho/2} L_{n-l-1}^{2l+1}(\rho) \equiv R_{nl}(\rho).$$

Из соотношений (11) и (14) получаем следующее выражение для энергии электрона в стационарном состоянии:

$$\varepsilon' = -\frac{1}{2n^2}, \quad \varepsilon = -\frac{\tilde{I}_0}{n^2} \equiv \varepsilon_n, \quad n = 1, 2, \dots \tag{16}$$

Радиальная функция в основном состоянии ($n = 1, l = 0$) дается равенством (учтем, что

$$L_0^0(\rho) = 1, \text{ см. [24, с.189]}) : R_{10} = c e^{-r'}, \quad r' = \frac{r}{\tilde{a}_0}.$$

Таким образом, в нерелятивистском приближении переменные \vec{r} и \tilde{R} в уравнении Шредингера разделяются (вследствие того, что массы частиц m_i являются постоянными). Это позволяет отделить движение центра масс атома от относительного движения электрона и ядра. В результате энергия электрона в атоме с учетом движения ядра определяется той же формулой, что и в случае неподвижного ядра, если только под энергией ионизации атома понимать величину \tilde{I}_0 , которая отличается от энергии ионизации лишь тем, что в нее входит не масса электрона m_e , а приведенная масса μ .

3. Атом водорода с неподвижным ядром. Релятивистская теория

К атому водорода применим уравнение Дирака, считая ядро атома неподвижным. Будем полагать, что электрон взаимодействует с полем кулоновского центра, помещенного в начале координат. Уравнение Дирака имеет вид (используем единицы, в которых $c = \hbar = 1$) [1]:

$$i\mathbb{E} - \gamma_0 U - m \Psi = 0, \quad U = -\frac{e^2}{r}. \tag{17}$$

Здесь использованы обозначения:

$$\mathbb{E} = \gamma_0 \frac{\partial}{\partial t} + \gamma \frac{\partial}{\partial \vec{r}}, \quad \gamma_0, \gamma \text{ — матрицы Дирака, } \gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ -\sigma & 0 \end{pmatrix},$$

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ — матрицы Паули.}$$

В стационарном состоянии

$$\Psi = e^{-ip_0 t} \Phi(\vec{r}), \tag{18}$$

где функция $\Phi = \Phi(\vec{r})$ подчиняется уравнению

$$\alpha \not{p} + \gamma_0 m + U \varphi = p_0 \varphi, \quad \alpha = \gamma_0 \gamma = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ \sigma & 0 \end{pmatrix}, \quad \not{p} = -i \frac{\partial}{\partial \vec{r}}.$$

Используя представление $\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \end{pmatrix}$, приходим к системе уравнений

$$\sigma \not{p} \varphi_b = p_0 - m - U \varphi_a, \quad \sigma \not{p} \varphi_a = p_0 + m - U \varphi_b, \quad (19)$$

$\sigma \vec{p} = \begin{pmatrix} p_z & p_x - ip_y \\ p_x + ip_y & -p_z \end{pmatrix}$, из которой спинор φ_b можно выразить через φ_a , и наоборот — φ_a через φ_b :

$$\varphi_b = \frac{1}{p_0 + m - U} \sigma \not{p} \varphi_a, \quad \varphi_a = \frac{1}{p_0 - m - U} \sigma \not{p} \varphi_b. \quad (20)$$

С помощью (19) и (20) нетрудно получить следующие уравнения:

$$\sigma \not{p} \frac{1}{p_0 + m - U} \sigma \not{p} \varphi_a = p_0 - m - U \varphi_a, \quad (21)$$

$$\sigma \not{p} \frac{1}{p_0 - m - U} \sigma \not{p} \varphi_b = p_0 + m - U \varphi_b.$$

Согласно (20), в нерелятивистском приближении при $p_0 > 0$ можно записать:

$$\varphi_b \approx \frac{1}{p_0 + m} \sigma \not{p} \varphi_a \approx \frac{1}{2m} \sigma \not{p} \varphi_a. \quad (22)$$

Отсюда видно, что в нерелятивистском приближении компонента φ_b мала по сравнению с φ_a : $\varphi_b \sim v \varphi_a$, где v — скорость частицы. Подставляя (22) в первое из уравнений (19), приходим к уравнению для спинора φ_a :

$$\left(m + \frac{\not{p}^2}{2m} + U \right) \varphi_a = p_0 \varphi_a.$$

Сравнивая последнее уравнение с уравнением Шредингера для атома водорода в нерелятивистском приближении (см. предыдущий раздел), заключаем, что, как и должно быть, по форме они совпадают между собой. Полагая $p_0 = m + \varepsilon$ и учитывая (16), приходим также к выводу, что энергии связанных состояний располагаются внутри запрещенной зоны вблизи уровня $p_0 = m$, т.е. вблизи границы с верхним континуумом.

Чтобы ответить на вопрос, существуют ли связанные состояния электрона вблизи границы с нижним континуумом, положим $p_0 = -m + \varepsilon$, $0 < \varepsilon \ll m$, во втором из уравнений (20).

Оставляя основные по величине члены, находим: $\varphi_a \approx -\frac{1}{2m} \sigma \not{p} \varphi_b$. Подставляя φ_a во вторую из формул (19), получаем: $\left(\frac{\not{p}^2}{2m} - U \right) \varphi_b = -\varepsilon \varphi_b$. Мы получили уравнение Шредингера для частицы

в поле потенциального горба $-U = \frac{e^2}{r} > 0$. Таким образом, в рассматриваемой области энергий электрона φ_a мало по сравнению с φ_b , и спинор φ_b удовлетворяет волновому уравнению для частицы в поле горба, а не ямы. Следовательно, в этой области энергий связанные состояния электрона отсутствуют.

В уравнениях (19) угловые переменные можно отделить от радиальной переменной, если положить:

$$\varphi_a = g(r) \Omega_{j'l'm}(\vec{n}), \quad \varphi_b = if(r) \Omega_{j'l'm}(\vec{n}), \quad l+l' = 2j, \quad \vec{n} = \frac{\vec{r}}{r}, \quad (23)$$

где $\Omega_{jM}(\vec{n})$ — шаровой спинор, $g = g(r)$ и $f = f(r)$ — некоторые функции. Этот вывод следует из соотношений (см. [22], с. 122-123):

$$\sigma_{\vec{p}} \Omega_{jM}(\vec{n}) = i \frac{1+\kappa}{r} \Omega_{j'M}(\vec{n}), \quad \sigma_{\vec{p}} \Omega_{j'M}(\vec{n}) = i \frac{1-\kappa}{r} \Omega_{jM}(\vec{n}),$$

$$\kappa = l(l+1) - j(j+1) - \frac{1}{4}, \quad \kappa = \begin{cases} l, & \text{если } j = l - \frac{1}{2}, \quad l' = l - 1; (l \neq 0) \\ -(l+1), & \text{если } j = l + \frac{1}{2}, \quad l' = l + 1; l = 0, 1, \dots \end{cases} \quad (24)$$

$$\sigma_{\vec{n}} \Omega_{jM}(\vec{n}) = -\Omega_{j'M}(\vec{n}), \quad \sigma_{\vec{n}} \Omega_{j'M}(\vec{n}) = -\Omega_{jM}(\vec{n}).$$

Здесь $l(l+1)$, $j(j+1)$ и M — собственные значения операторов \vec{L}^2 , \vec{J}^2 и J_z , соответственно; \vec{L} и \vec{J} — операторы орбитального и полного моментов электрона. Подставляя (23) в (19) и используя (24), получаем систему уравнений (см. [22], с. 132):

$$\frac{d}{dr}(rg)^{+\kappa} g = (p_0 + m - U)rf, \quad \frac{d}{dr}(rf)^{-\kappa} f = -(p_0 - m - U)rg, \quad (25)$$

где мы воспользовались равенством $\sigma_{\vec{p}} f(r) = -i \frac{d}{dr} f(r) \sigma_{\vec{n}}$.

Подставляя $U = -\frac{\alpha}{r}$, $\alpha = e^2$ в систему уравнений (25) и вводя новые функции $f_1 = f_1(\rho)$

и $f_2 = f_2(\rho)$, определенные равенствами

$$rg = \sqrt{m^+ p_0} e^{-\frac{\rho}{2}} \rho^\gamma (a_1 f_1 + a_2 f_2),$$

$$rf = \sqrt{m^- p_0} e^{-\frac{\rho}{2}} \rho^\gamma (a_1 f_1 - a_2 f_2),$$
(26)

приходим к следующей системе уравнений, эквивалентной (25):

$$a_1 f_1' + a_2 f_2' + \left(\frac{\gamma + \kappa}{\rho} - \frac{1}{2} \right) (a_1 f_1 + a_2 f_2) = \left(\frac{1}{2} + \frac{\alpha \lambda}{(m^+ p_0) \rho} \right) (a_1 f_1 - a_2 f_2),$$

$$a_1 f_1' - a_2 f_2' + \left(\frac{\gamma - \kappa}{\rho} - \frac{1}{2} \right) (a_1 f_1 - a_2 f_2) = \left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha \lambda}{(m^- p_0) \rho} \right) (a_1 f_1 + a_2 f_2).$$
(27)

В соотношениях (26) и (27) введены следующие обозначения: $\rho = 2\lambda r$, $\lambda = \sqrt{m^2 - p_0^2}$, a_1, a_2 и γ — постоянные, подлежащие определению.

Из системы уравнений (27) можно выразить f_1' и f_2' :

$$f_1' - f_1 = -\frac{1}{\rho} \left[\left(\gamma + \frac{\alpha p_0}{\lambda} \right) f_1 + \frac{a_2}{a_1} \left(\kappa + \frac{\alpha m}{\lambda} \right) f_2 \right],$$

$$f_2' = -\frac{1}{\rho} \left[\left(\gamma - \frac{\alpha p_0}{\lambda} \right) f_2 + \frac{a_1}{a_2} \left(\kappa - \frac{\alpha m}{\lambda} \right) f_1 \right].$$
(28)

С помощью соотношений (28) нетрудно вывести следующие независимые друг от друга уравнения:

$$\rho f_1'' + (1 + 2\gamma - \rho) f_1' - \left(1 + \gamma - \frac{\alpha p_0}{\lambda} \right) f_1 = 0,$$

$$\rho f_2'' + (1 + 2\gamma - \rho) f_2' - \left(\gamma - \frac{\alpha p_0}{\lambda} \right) f_2 = 0,$$
(29)

$\gamma = \sqrt{\kappa^2 - \alpha^2}$. Решениями уравнений (29) являются вырожденные гипергеометрические функции:

$$f_1 = F(a, b; \rho), \quad f_2 = F(a^{-1}, b; \rho), \quad (30)$$

где $a = 1 + \gamma - \frac{\alpha p_0}{\lambda}$, $b = 1 + 2\gamma$, α - постоянная тонкой структуры.

Энергетический спектр электрона в атоме водорода при $p_0 < m$ определяется из условия конечности функций rg и rf (26) при $\rho \rightarrow \infty$. Это условие дает: $\gamma - \frac{\alpha p_0}{\lambda} = 0, -1, -2, \dots$. Отсюда для энергии стационарного состояния получается формула

$$p_0 = \frac{m}{\sqrt{1 + \left(\frac{\alpha}{\gamma + n_r}\right)^2}}, \quad (31)$$

$\gamma = \sqrt{\kappa^2 - \alpha^2}$, $n_r = \begin{cases} 0, 1, 2, \dots, \text{если } \kappa < 0 \\ 1, 2, \dots, \text{если } \kappa > 0 \end{cases}$, которая в нижайшем приближении по α^2 приводит к соотношению:

$$p_0 - m = -\frac{\alpha^2}{2n^2} m, \quad (32)$$

где $n = n_r + |\kappa|$, величина n совпадает с главным квантовым числом нерелятивистской квантовой механики ($n = 1, 2, \dots$). Из (32) следует формула (1) для дефекта массы электрона в атоме водорода в стационарном состоянии с главным квантовым числом n ($m = m_0$ — масса покоя электрона). В обычных единицах формулу (32) можно представить в виде (ср. с (16)):

$$p_0 - mc^2 = \varepsilon, \quad \varepsilon = -\frac{me^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \equiv -\frac{I_0}{n^2},$$

где $I_0 = \frac{me^4}{2\hbar^2}$ — энергия ионизации атома водорода при условии, что ядро неподвижно.

Подчеркнем, что понятие дефекта массы системы частиц является существенно релятивистским. Оно появляется лишь в теории, в которой масса частиц не является постоянной величиной.

4. Атом водорода с учетом движения ядра. Квантовые уравнения движения

Релятивистскую квантовую теорию атома водорода с учетом движения ядра мы построим как прямое обобщение нерелятивистской теории (см. раздел 2), релятивистской теории, в которой ядро атома предполагается неподвижным (см. раздел 3), и теории, предложенной Брейтом для описания квантовой системы, состоящей из двух взаимодействующих между собой электронов [25,26].

Исходим из лагранжевой функции

$$L = \int d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \Psi^* \left\{ i \frac{\partial}{\partial t} - \sum_{s=1,2} H_s - U(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \right\} \Psi, \quad (33)$$

где индексы $s = 1$ и $s = 2$ относятся соответственно к электрону и ядру,

$$H_s = \alpha_s \hat{\mathbf{p}}_s + \gamma_{0s} m_s = \begin{bmatrix} m_s & \sigma_s \hat{\mathbf{p}}_s \\ \sigma_s \hat{\mathbf{p}}_s & -m_s \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{p}}_s = -i \nabla_s, \quad U(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = -\frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|},$$

H_s — оператор Гамильтона частицы s ; $\Psi = \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} \end{bmatrix}$ — волновая функция атома водорода, компоненты которой имеют два индекса: $\Psi_{v_1 v_2}$; α_1, γ_{01} и α_2, γ_{02} — обычные матрицы Дирака, причем матрицы α_1, γ_{01} относятся к электрону и действуют на первый индекс (v_1) в волновой функции, а α_2, γ_{02} — к ядру и действуют на второй индекс (v_2); σ_1 и σ_2 — матрицы

Паули. Матрицы Дирака с разными индексами коммутируют между собой: $\alpha_{1x} \alpha_{2y} = \alpha_{2y} \alpha_{1x}$, $\gamma_{01} \gamma_{02} = \gamma_{02} \gamma_{01}$ и т.д. Более подробная запись лагранжевой функции имеет вид:

$$L = \sum_{\mu_1, \mu_2=1,2} \int d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \Psi_{\mu_1 \mu_2}^* \left\{ i \frac{\partial}{\partial t} \Psi_{\mu_1 \mu_2} - \sum_{\alpha} H_{1 \mu_1 \alpha} \Psi_{\alpha \mu_2} - \sum_{\alpha} H_{2 \mu_2 \alpha} \Psi_{\mu_1 \alpha} - U(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \Psi_{\mu_1 \mu_2} \right\}. \quad (34)$$

Принцип действия с лагранжевой функцией (34) приводит к следующему уравнению:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \Psi_{\mu\nu} = \sum_{\alpha=1,2} H_{1 \mu\alpha} \Psi_{\alpha\nu} + \sum_{\alpha=1,2} H_{2 \nu\alpha} \Psi_{\mu\alpha} + U \Psi_{\mu\nu}. \quad (35)$$

Уравнение (35) служит очевидным обобщением на релятивистский случай уравнения Шредингера (2) для атома водорода.

Уравнение (35) естественно обобщить следующим образом:

$$\left\{ \sum_{s=1,2} \left(i \frac{\partial}{\partial t_s} - H_s \right) - U(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \right\} \Psi = 0, \quad (36)$$

где введены два времени, t_1 и t_2 , и считается, что $\Psi = \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_1, t_2)$. В стационарном состоянии

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_1, t_2) = e^{-ip_0 t_1 - ip_0 t_2} \Phi'(\vec{r}_1, \vec{r}_2),$$

где p_{01} и p_{02} — энергии электрона и ядра. Волновую функцию $\Psi = \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t)$, входящую в (35), естественно понимать как $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_1, t_2)$ при $t_1 = t_2 = t$. В стационарном состоянии

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) = e^{-ip_0 t} \Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2).$$

Очевидно, что для стационарных состояний уравнения (35) и (36) должны приводить к одинаковым результатам; поэтому можно положить: $p_0 = p_{01} + p_{02}$ и $\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \Phi'(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$. В дальнейшем атом водорода будем описывать волновой функцией, компоненты которой $\Psi_{\mu\nu}$ подчиняются уравнению (35).

Представим уравнение (35) в развернутой форме:

$$\begin{aligned} \left(i \frac{\partial}{\partial t} - m_1 - m_2 - U \right) \Psi_{11} &= \sigma_1 \vec{p}_1 \Psi_{21} + \sigma_2 \vec{p}_2 \Psi_{12}, \\ \left(i \frac{\partial}{\partial t} + m_1 - m_2 - U \right) \Psi_{21} &= \sigma_1 \vec{p}_1 \Psi_{11} + \sigma_2 \vec{p}_2 \Psi_{22}, \\ \left(i \frac{\partial}{\partial t} - m_1 + m_2 - U \right) \Psi_{12} &= \sigma_1 \vec{p}_1 \Psi_{22} + \sigma_2 \vec{p}_2 \Psi_{11}, \\ \left(i \frac{\partial}{\partial t} + m_1 + m_2 - U \right) \Psi_{22} &= \sigma_1 \vec{p}_1 \Psi_{12} + \sigma_2 \vec{p}_2 \Psi_{21}. \end{aligned} \quad (37)$$

Отметим, что спины частиц входят в уравнение движения симметричным образом.

Составим «биспиноры»

$$\begin{pmatrix} \Psi_{11} \\ \Psi_{21} \end{pmatrix} = \Phi_1, \quad \begin{pmatrix} \Psi_{12} \\ \Psi_{22} \end{pmatrix} = \Phi_2, \quad (38)$$

в терминах которых уравнения (37) запишутся в следующей форме:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} D^{(-,-)} & -\sigma_1 \vec{p}_1 \\ -\sigma_1 \vec{p}_1 & D^{(+,-)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{11} \\ \Psi_{21} \end{bmatrix} &= \sigma_2 \vec{p}_2 \begin{bmatrix} \Psi_{12} \\ \Psi_{22} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} D^{(-,+)} & -\sigma_1 \vec{p}_1 \\ -\sigma_1 \vec{p}_1 & D^{(+,+)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{12} \\ \Psi_{22} \end{bmatrix} &= \sigma_2 \vec{p}_2 \begin{bmatrix} \Psi_{11} \\ \Psi_{21} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Вводя обозначения

$$\Lambda_{\mu} = \begin{bmatrix} D^{(-,\mu)} & -\sigma_1 \vec{p}_1 \\ -\sigma_1 \vec{p}_1 & D^{(+,\mu)} \end{bmatrix}, \quad \mu = +, -,$$

$$D^{(\pm,+)} = p_0 \pm m_1 + m_2 - U, \quad D^{(\pm,-)} = p_0 \pm m_1 - m_2 - U, \quad i \frac{\partial}{\partial t} = p_0,$$

уравнения движения удобно представить в компактной форме:

$$\Lambda_{-} \Phi_{-1} = \sigma_2 \vec{p}_2 \Phi_{-2}, \quad \Lambda_{+} \Phi_{+2} = \sigma_2 \vec{p}_2 \Phi_{+1}. \quad (39)$$

Перед тем, как приступить к нахождению решений уравнений (39), которые получены выше чисто формально с помощью принципа действия, необходимо обсудить структуру и физический смысл этих уравнений и уточнить смысл компонент $\Psi_{\mu\nu}$ волновой функции атома (см. (38)).

Если в компонентах $\Psi_{\mu\nu}$ опустить второй индекс, относящийся к протону, и в уравнениях (37) опустить величины m_2 и σ_2 , то первая пара уравнений (37) совпадет со второй. В результате мы придем фактически к системе из двух связанных между собой уравнений

$$p_0 - m_1 - U \Psi_1 = \sigma_1 \vec{p}_1 \Psi_2, \quad p_0 + m_1 - U \Psi_2 = \sigma_1 \vec{p}_1 \Psi_1, \quad (40)$$

которая совпадает с уравнением Дирака для электрона в поле кулоновского центра, рассматриваемого как заданное внешнее поле (ср. с (19)). Компоненты Ψ_1 и Ψ_2 волновой функции электрона, являющиеся спинорами, полностью описывают спин электрона. Уравнения (40) можно записать в форме уравнения Шредингера,

$$i \frac{\partial}{\partial t} \Psi = H \Psi, \quad \Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix}, \quad (41)$$

где оператор Гамильтона

$$H = H_{10} + H_{11} + U, \quad H_{10} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & -m_1 \end{pmatrix}, \quad H_{11} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_1 \vec{p}_1 \\ \sigma_1 \vec{p}_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (42)$$

Оператор H_{10} представляет собой оператор Гамильтона покоящегося электрона. Из неравенства $H_{10}, H_{11} \neq 0$ следует, что спиновое состояние электрона зависит от импульса частицы. Члены в уравнениях (40) и оператор H_{11} , содержащие спиновые матрицы, $\sigma_1 \vec{p}_1$, определяют зависимость физических характеристик электрона от совместного действия спина и импульса частицы. Существенно, что оператор Гамильтона (42) описывает частицу с полуцелым спином и при $\sigma_1 = 0$.

Уравнения (40) представляют собой уравнение для стационарных состояний электрона с энергией p_0 . Согласно (40), в области энергий p_0 , таких, что $p_0 = m_1 + \varepsilon$, $|\varepsilon| \ll m_1$, компоненту Ψ_2 волновой функции можно приближенно выразить через Ψ_1 : $\Psi_2 = \frac{1}{2m_1} \sigma_1 \vec{p}_1 \Psi_1$. Отсюда следует, что при малых скоростях электрона, $v_1 \ll 1$, компонента Ψ_2 мала по сравнению с Ψ_1 : $\Psi_2 \sim v_1 \Psi_1$. Аналогично, если энергия электрона лежит вблизи $-m_1$, т.е. $|p_0 + m_1| \ll m_1$, то малой оказывается компонента Ψ_1 . Поэтому можно сказать, что компонента Ψ_1 описывает состояния электрона с положительной энергией (состояния, принадлежащие к верхнему континууму), а компонента Ψ_2 — состояния с отрицательной энергией, т.е. состояния, лежащие в море Дирака (состояния, принадлежащие к нижнему континууму). Оба эти континуума разделяются запрещенной зоной энергий шириной в $2m_1$, и в качестве начала отсчета энергии электрона принимается середина запрещенной зоны.

Приведем качественные соображения, на основании которых можно записать квантовое уравнение атома водорода как физической системы, состоящей из двух независимых частиц — электрона и протона.

Протон как частицу с полуцелым спином естественно описывать, как и электрон, с по-

мощью уравнения Дирака типа (40). Задача состоит в том, чтобы описать поведение единой квантовой системы, состоящей из электрона и протона. Особенностью задачи является то обстоятельство, что каждая из частиц имеет две области состояний, называемые верхним и нижним континуумами и разделяемые запрещенной зоной. Из-за наличия протона спектр энергий электрона в атоме должен расщепиться на две области, одна из них должна быть связана с нижней границей верхнего континуума для протона, а вторая — с верхней границей нижнего континуума, т.е. с энергиями $+m_2$ и $-m_2$. Естественно ожидать, что области запрещенных энергий электрона в атоме отвечают интервалам $(m_2 - m_1, m_2 + m_1)$ и $(-m_2 - m_1, -m_2 + m_1)$.

Если мы хотим рассмотреть кулоновское поле, действующее на электрон в атоме водорода не как заданное внешнее поле (см. раздел 3), а как поле, порождаемое частицей с полуцелым спином — протоном, то естественно использовать для описания атома уравнение Шредингера (41) с гамильтонианом H' , который должен состоять из гамильтониана электрона H (42) и оператора $H_{20} = \begin{pmatrix} m_2 & 0 \\ 0 & -m_2 \end{pmatrix}$, который является оператором Гамильтона покоящегося протона:

$$H' = H + H_{20}. \quad (43)$$

Такой подход непротиворечив, поскольку операторы Гамильтона покоящихся электрона и протона, H_{10} и H_{20} , коммутируют между собой. Чтобы учесть движение протона, нужно оператор H' (43) дополнить оператором $H_{21} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \bar{p}_2 \\ \sigma_2 \bar{p}_2 & 0 \end{pmatrix}$, аналогичным оператору H_{11} (42), учитывая импульс электрона (σ_2 и \bar{p}_2 — операторы спина и импульса протона). Следующий шаг должен состоять в том, что нужно удвоить число компонент волновой функции атома, т.е. выполнить замену $\Psi_\mu \rightarrow \Psi_{\mu\nu}$, и уточнить правила действия операторов Гамильтона

$H_1 = H_{10} + H_{11}$ и $H_2 = H_{20} + H_{21}$ на волновую функцию атома $\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} \end{bmatrix}$. В результате мы приходим к системе уравнений (37), описывающей поведение атома водорода как системы двух независимых частиц.

Компоненты волновой функции $\Psi_{\mu\nu}$ доопределяются с помощью условия, чтобы матрица σ_1 действовала на первый индекс, а матрица σ_2 — на второй индекс, т.е. каждая из компонент волновой функции атома Ψ является спинором по первому индексу — для электрона, и спинором по второму индексу — для протона. Иными словами, величина $\begin{pmatrix} \Psi_{11} \\ \Psi_{21} \end{pmatrix} = \Phi_1$ играет

роль биспинора для электрона, а величина $\begin{pmatrix} \Psi_{12} \\ \Psi_{22} \end{pmatrix} = \Phi_2$ — роль биспинора для протона. Указанные величины, Φ_1 и Φ_2 , полностью описывают физические свойства электрона и протона атома. В частности, проекции спина электрона и протона могут принимать, как и должно быть, значения в интервале $\left(-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\right)$. Строго говоря, величины $\Psi_{\mu\nu}$ должны характеризоваться

двумя дополнительными индексами, т.е. эти величины нужно записывать как $\Psi_{\mu\nu}^{(\sigma_1, \sigma_2)}$, где σ_1 и σ_2 — спиновые квантовые числа электрона и протона, каждое из которых принимает лишь два значения, соответственно двум значениям проекции спина частицы на заданное направление. Математическая природа такого рода величин, однако, не вполне ясна.

С другой стороны, удвоение числа компонент волновой функции атома по сравнению с одночастичной системой делает излишним введение двух разных спиновых операторов — σ_1 и σ_2 . Действительно, спиновые свойства электрона и протона полностью описываются различными компонентами волновой функции. Кроме того, следует иметь в виду два важных обстоятельства: 1) формально сама структура уравнения Дирака учитывает полуцелый спин частицы

и 2) фактически из-за взаимодействия между собой спинов электрона и ядра в атоме, а также из-за учета морей Дирака частиц (которые можно рассматривать как некую физическую среду), в принципе невозможно разделить спин атома как целого на спины отдельных электрона и протона.

Принимая во внимание упомянутые выше особенности рассматриваемой задачи, далее мы ограничиваемся упрощенным вариантом задачи, полагая в уравнениях движения $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, где σ - обычные матрицы Паули. В этом случае компоненты $\Psi_{\mu\nu}$ волновой функции будут иметь единственный спиновый индекс и становятся вполне определенными величинами.

5. Энергетический спектр атома водорода

Перейдем к решению системы уравнений (39) при $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, представив ее в следующей форме:

$$\Lambda_- \Psi_1 = \sigma_{\vec{p}_2} \Psi_2, \quad \Lambda_+ \Psi_2 = \sigma_{\vec{p}_2} \Psi_1, \quad (44)$$

где $\Psi_1 = \begin{pmatrix} \Psi_{11} \\ \Psi_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{pmatrix}$, $\Psi_2 = \begin{pmatrix} \Psi_{12} \\ \Psi_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_3 \\ \Phi_4 \end{pmatrix}$,

$$\Lambda_{\mp} = \begin{bmatrix} D^{(-,\mp)} & -\sigma_{\vec{p}_1} \\ -\sigma_{\vec{p}_1} & D^{(+,\mp)} \end{bmatrix}, \quad D^{(\pm,+)} = p_0 \pm m_1 + m_2 - U, \quad D^{(\pm,-)} = p_0 \pm m_1 - m_2 - U, \quad U = -\frac{e^2}{r}.$$

Выясним, прежде всего, приводят ли уравнения (44) к связанным состояниям. Полагая $p_0 = p_0' + m_2$, $|p_0'| \ll m_2$, и сохраняя лишь основные по величине члены, из второго из уравнений (44) выводим:

$$\Psi_{12} = \frac{1}{2m_2} [\sigma_{\vec{p}_1} \Psi_{22} + \sigma_{\vec{p}_2} \Psi_{11}], \quad \Psi_{22} = \frac{1}{2m_2} [\sigma_{\vec{p}_1} \Psi_{12} + \sigma_{\vec{p}_2} \Psi_{21}].$$

Из последних равенств выражаем величины Ψ_{12} и Ψ_{22} :

$$\Psi_{12} \left(1 - \frac{\vec{p}_1^2}{2m_2^2} \right) = \frac{1}{2m_2} \left[\frac{1}{2m_2} \sigma_{\vec{p}_1} \sigma_{\vec{p}_2} \Psi_{21} + \sigma_{\vec{p}_2} \Psi_{11} \right],$$

$$\Psi_{22} \left(1 - \frac{\vec{p}_1^2}{2m_2^2} \right) = \frac{1}{2m_2} \left[\frac{1}{2m_2} \sigma_{\vec{p}_1} \sigma_{\vec{p}_2} \Psi_{11} + \sigma_{\vec{p}_2} \Psi_{21} \right].$$

Теперь подставляем Ψ_{12} и Ψ_{22} в первое из уравнений (44) и пренебрегаем релятивистски малыми величинами $\frac{\vec{p}_1^2}{2m_2^2}$ и $\frac{\vec{p}_2^2}{2m_2^2}$. Несложные преобразования дают:

$$p_0' - m_1 - U \Psi_{11} = \frac{\vec{p}_2^2}{2m_2} \Psi_{11} + \sigma_{\vec{p}_1} \Psi_{21}, \quad (45)$$

$$p_0' + m_1 - U \Psi_{21} = \frac{\vec{p}_2^2}{2m_2} \Psi_{21} + \sigma_{\vec{p}_1} \Psi_{11}.$$

Полагая $p_0' = m_1 + \varepsilon$, $|\varepsilon| \ll m_1$, из второго из уравнений (45) выражаем Ψ_{21} ,

$$\Psi_{21} = \frac{1}{2m_1} \sigma_{\vec{p}_1} \Psi_{11},$$

и подставляем эту величину в первое. В результате приходим к уравнению Шредингера для атома в нерелятивистском приближении:

$$\left(\frac{\vec{p}_2^2}{2m_2} + \frac{\vec{p}_1^2}{2m_1} + U \right) \Psi_{11} = \varepsilon \Psi_{11}.$$

Отсюда видно, что вблизи уровня энергии $p_0 = m_1 + m_2$ имеется обычная область связанных состояний электрона и ядра. Аналогичным образом доказывается, что область связанных состояний имеется и вблизи уровня энергии $p_0 = m_1 - m_2$. Вблизи же уровней энергии $p_0 = m_2 - m_1$ и $p_0 = -m_2 - m_1$, как легко проверить, связанные состояния отсутствуют.

Систему уравнений (44) преобразуем к виду, удобному для исследования непрерывной части энергетического спектра атома в пределе $U \rightarrow 0$. Подействуем слева оператором Λ_+ на первое уравнение (44) и оператором Λ_- — на второе и используем тождество

$$[\Lambda_{\pm}, \sigma_{\vec{p}_2}] = i \frac{e^2}{r^2} \vec{n} \sigma \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - 2i \sigma_{\vec{p}_1, \vec{p}_2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{n} = \frac{\vec{r}}{r},$$

В результате приходим к системе уравнений:

$$\begin{aligned} \Lambda_+ \Lambda_- - \vec{p}_2^2 \Psi_1 &= i \frac{e^2}{r^2} \vec{n} \sigma \Psi_2 - 2i \sigma_{\vec{p}_1, \vec{p}_2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Psi_2, \\ \Lambda_- \Lambda_+ - \vec{p}_2^2 \Psi_2 &= i \frac{e^2}{r^2} \vec{n} \sigma \Psi_1 - 2i \sigma_{\vec{p}_1, \vec{p}_2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Psi_1. \end{aligned} \tag{46}$$

Полагая $U = 0$, т.е. $e^2 = 0$, и ограничиваясь случаем $\vec{p}_1, \vec{p}_2 = 0$, запишем первое из уравнений (46) в виде:

$$\Lambda_+ \Lambda_- - \vec{p}_2^2 \Psi_1 = \begin{bmatrix} D^{(-,+)} D^{(-,-)} + \vec{p}_1^2 - \vec{p}_2^2 & -2p_0 \sigma_1 \vec{p}_1 \\ -2p_0 \sigma_1 \vec{p}_1 & D^{(+,+)} D^{(+,-)} + \vec{p}_1^2 - \vec{p}_2^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_{11} \\ \Psi_{21} \end{pmatrix} = 0.$$

Это матричное уравнение эквивалентно системе уравнений:

$$\begin{aligned} D^{(-,+)} D^{(-,-)} + \vec{p}_1^2 - \vec{p}_2^2 \Psi_{11} - 2p_0 \sigma_1 \vec{p}_1 \Psi_{21} &= 0, \\ -2p_0 \sigma_1 \vec{p}_1 \Psi_{11} + D^{(+,+)} D^{(+,-)} + \vec{p}_1^2 - \vec{p}_2^2 \Psi_{21} &= 0. \end{aligned}$$

Выражая величину Ψ_{21} из второго уравнения, подставляем ее в первое уравнение. Получается равенство

$$D^{(-,+)} D^{(-,-)} + \vec{p}_1^2 - \vec{p}_2^2 \quad D^{(+,+)} D^{(+,-)} + \vec{p}_1^2 - \vec{p}_2^2 = 4p_0^2 p_1^2.$$

Последующие преобразования дают последовательно:

$$\begin{aligned} p_0^2 + m_1^2 - m_2^2 + \vec{p}_1^2 - \vec{p}_2^2 &= 4p_0^2 m_1^2 + p_1^2, \\ p_0^2 - \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 &= 4\varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2, \quad p_0^2 - \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 = \pm 2\varepsilon_1 \varepsilon_2, \quad p_0^2 = \varepsilon_1 \pm \varepsilon_2^2, \end{aligned}$$

где $\varepsilon_1 = \sqrt{\vec{p}_1^2 + m_1^2}$, $\varepsilon_2 = \sqrt{\vec{p}_2^2 + m_2^2}$.

Отсюда видно, что зависимость полной энергии системы частиц от энергий отдельных частиц имеет **две ветви**:

$$p_{01} = \pm(\varepsilon_2 + \varepsilon_1), \quad p_{02} = \pm|\varepsilon_2 - \varepsilon_1|. \tag{47}$$

Следовательно, **существует два типа состояний атома**: состояния с энергией p_{01} и состояния с энергией p_{02} . Особенность состояний второго типа состоит в том, что в этих состояниях энергия полной системы оказывается меньше суммы энергий составляющих систему частиц. Обращает на себя внимание то обстоятельство, что **система двух частиц**, находящаяся в состоянии второго типа, **может иметь нулевую энергию, хотя энергии составляющих систему частиц отличны от нуля**. Отметим также, что при $m_2 \gg m_1$ энергия двухчастичной системы обращается в нуль лишь при $|\vec{p}_1| = \sqrt{m_2^2 + p_2^2 - m_1^2} \gg m_1$, т.е. при достаточно большой скорости (энергии) легкой частицы.

Чтобы исследовать подробнее энергетический спектр двухчастичной системы, перейдем от переменных \vec{r}_1, \vec{r}_2 к следующим переменным (ср. с преобразованием (3)):

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2, \quad \vec{R} = c\vec{r}_2 + (1-c)\vec{r}_1, \tag{48}$$

где c — параметр, $0 \leq c \leq 1$. Очевидно, что $\vec{R} = \begin{cases} \vec{r}_2 & \text{при } c=1, \\ \vec{r}_1 & \text{при } c=0, \\ \vec{R}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} & \text{при } c = \frac{m_2}{m_1 + m_2}, \end{cases}$

\vec{R}_c - радиус-вектор центра масс рассматриваемой системы. Обозначая через \vec{p} **относительный импульс** системы двух частиц, а через \vec{q} импульс точки с радиусом-вектором \vec{R} и учитывая формулы преобразования (48), получаем следующие соотношения:

$$\vec{p}_1 = \vec{p} + (1-c)\vec{q}, \quad \vec{p}_2 = -\vec{p} + c\vec{q}. \quad (49)$$

Отметим, что при $\vec{R} = \vec{R}_c$ величина \vec{q} совпадает с полным импульсом атома. Примем для простоты, что векторы \vec{p} и \vec{q} параллельны, причем $\vec{q} = (0, 0, q)$, $\vec{p} = (0, 0, p)$. В этом случае $\vec{p}_1, \vec{p}_2 = 0$ и, следовательно, выполняются равенства (47).

Введем обозначения

$$E^{(\pm)}(p, q) = \varepsilon_{\vec{p}_2}^{(2)} \pm \varepsilon_{\vec{p}_1}^{(1)}, \quad \varepsilon_{\vec{p}}^{(n)} = \sqrt{m_n^2 + \vec{p}^2}, \quad n=1,2.$$

Очевидно, что

$$E^{(\pm)}(p, q) = \sqrt{m_2^2 + (p - cq)^2} \pm \sqrt{m_1^2 + (p + (1-c)q)^2}. \quad (50)$$

Далее считаем, что $m_2 \gg m_1$.

Найдем экстремум функции $E^{(\pm)}(p, q)$ как функции относительного импульса (при фиксированном q):

$$\frac{\partial E^{(\pm)}}{\partial p} = \frac{p - cq}{\sqrt{m_2^2 + (p - cq)^2}} \pm \frac{p + (1-c)q}{\sqrt{m_1^2 + (p + (1-c)q)^2}} = 0. \quad (51)$$

Отсюда следует равенство

$$p - cq = \mp \frac{1}{\mu} p + (1-c)q, \quad \mu = \frac{m_1}{m_2},$$

с помощью которого выводим:

$$\sqrt{m_2^2 + (p - cq)^2} = \frac{1}{\mu} \sqrt{m_1^2 + (p + (1-c)q)^2}.$$

Следовательно,

$$p - cq = \mp \frac{1}{\mu} p + (1-c)q \rightarrow p = q \left(c - \frac{1}{1 \pm \mu} \right) \equiv p^{(\pm)}. \quad (52)$$

Величины $p^{(+)}$ и $p^{(-)}$ являются точками экстремума функций $E^{(+)}$ и $E^{(-)}$, соответственно. Согласно (52)

$$p^{(+)} - p^{(-)} = \frac{2q\mu}{1 - \mu^2}.$$

Как видим, положения экстремумов функций $E^{(+)}$ и $E^{(-)}$ совпадают при $q = 0$ и разделены интервалом $\frac{2q\mu}{1 - \mu^2}$ при $q \neq 0$. Отметим, что в частном случае $\vec{R} = \vec{R}_c$, когда величина q является

полным импульсом атома, имеют место равенства $p^{(+)} = 0$, $p^{(-)} = -\frac{2q\mu}{1 - \mu^2}$.

Вычисляем вторую производную функции $E^{(\pm)}$ при условии, что обращается в нуль первая производная (см. (51)):

$$\frac{\partial^2 E^{(\pm)}}{\partial p^2} = \frac{m_1^3}{m_2} \frac{1}{m_1^2 + (p + (1-c)q)^2} \left(1 \pm \frac{1}{\mu}\right).$$

Согласно последнему выражению

$$\left. \frac{\partial^2 E^{(+)}}{\partial p^2} \right|_{p=p^{(+)}} > 0, \quad \left. \frac{\partial^2 E^{(-)}}{\partial p^2} \right|_{p=p^{(-)}} < 0. \quad (53)$$

Значит, кривая $E^{(+)}$ имеет **минимум** в точке $p = p^{(+)}$, а кривая $E^{(-)}$ — **максимум** в точке $p = p^{(-)}$. Вычислим значение функций $E^{(\pm)}$ в точках экстремума:

$$E^{(\pm)} \Big|_{p=p^{(\pm)}} = \frac{1 \pm \mu}{\mu} \sqrt{m_1^2 + \left(\frac{q\mu}{1 \pm \mu}\right)^2}. \quad (54)$$

Ширина запрещенной зоны составляет:

$$\begin{aligned} \delta(q) = E^{(+)} \Big|_{p=p^{(+)}} - E^{(-)} \Big|_{p=p^{(-)}} = & \sqrt{m_2^2 + \left(\frac{q}{1+\mu}\right)^2} - \sqrt{m_2^2 + \left(\frac{q}{1-\mu}\right)^2} + \\ & + \sqrt{m_1^2 + \left(\frac{q\mu}{1+\mu}\right)^2} + \sqrt{m_1^2 + \left(\frac{q\mu}{1-\mu}\right)^2}. \end{aligned} \quad (55)$$

Используя (54) и (55), легко показать, что функция $\delta(q)$ имеет экстремум лишь в точке $q = 0$, причем $\delta(0) = 2m_1$. Эта функция ведет себя следующим образом:

$$\delta(q) = \begin{cases} 2m_1 - q\mu^2 \frac{1}{m_1} & \text{при } |q|\mu \ll m_1 \\ \frac{2m_1^2}{|q|\mu} & \text{при } |q|\mu \gg m_1. \end{cases}$$

Согласно последней формуле, $\max \delta(q) = 2m_1$, $\delta(q) \rightarrow 0$ при $q \rightarrow \infty$.

В выражениях $E^{(+)}(p, q)$ и $E^{(-)}(p, q)$ (50) положим $p = p^{(+)} + \Delta$ и $p = p^{(-)} + \Delta$, соответственно, и введем обозначения:

$$E^{(+)}(p^{(+)} + \Delta, q) = E^{(+)}(\Delta), \quad E^{(-)}(p^{(-)} + \Delta, q) = E^{(-)}(\Delta).$$

Получаются следующие формулы:

$$\begin{aligned} E^{(+)}(\Delta) &= \sqrt{m_2^2 + \left(\Delta - \frac{q}{1+\mu}\right)^2} + \sqrt{m_1^2 + \left(\Delta + \frac{q\mu}{1+\mu}\right)^2}, \\ E^{(-)}(\Delta) &= \sqrt{m_2^2 + \left(\Delta - \frac{q}{1-\mu}\right)^2} - \sqrt{m_1^2 + \left(\Delta - \frac{q\mu}{1-\mu}\right)^2}. \end{aligned} \quad (56)$$

В (56) Δ — величина импульса относительного движения двух частиц, отсчитываемая от точки экстремума функции $E^{(+)}(\Delta)$ или функции $E^{(-)}(\Delta)$. Величина $E^{(-)}(\Delta)$ обращается в нуль при $\Delta = \Delta_0$, где

$$\Delta_0 = \frac{m_2^2 - m_1^2}{2q} + \frac{q}{2} \frac{1+\mu}{1-\mu}, \quad (q \neq 0). \quad (57)$$

При $\Delta \rightarrow \pm\infty$ имеют место соотношения:

$$\begin{aligned} \sqrt{m_2^2 + \left(\Delta - \frac{q}{1-\mu}\right)^2} &= |\Delta| \left(1 - \frac{q}{\Delta(1-\mu)}\right), \\ \sqrt{m_1^2 + \left(\Delta - \frac{q\mu}{1-\mu}\right)^2} &= |\Delta| \left(1 - \frac{q\mu}{\Delta(1-\mu)}\right). \end{aligned}$$

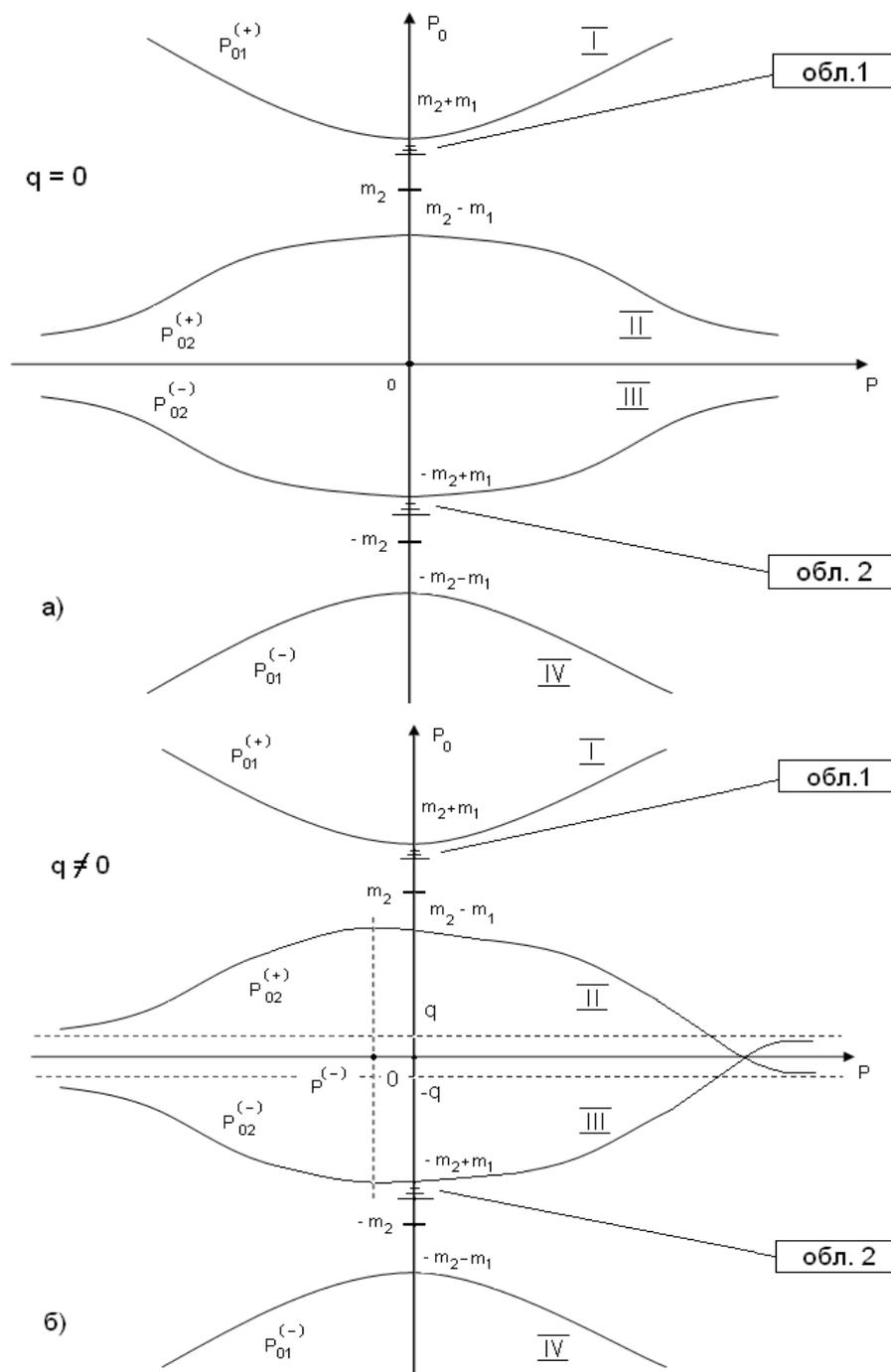


Рис.1. Энергетический спектр атома водорода. Зависимость энергии атома p_0 от импульса \vec{p} относительного движения электрона и ядра при фиксированном значении полного импульса атома \vec{q} . Принимается, что $\vec{p} = (0,0,p)$, $\vec{q} = (0,0,q)$.

а) случай неподвижного атома ($q=0$), б) случай атома, движущегося с импульсом $\vec{q} = (0,0,q) \neq 0$. $I - IV$ — разрешенные зоны энергий непрерывного спектра. Кривые $p_{01}^{(+)} = E^{+}(p,q)$ и $p_{02}^{(+)} = E^{-}(p,q)$ изображают нижнюю границу зоны I и верхнюю границу зоны II , а кривые $p_{01}^{(-)} = -E^{+}(p,q)$ и $p_{02}^{(-)} = -E^{-}(p,q)$ — верхнюю границу зоны IV и нижнюю границу зоны III , соответственно. Обл.1 и обл.2 — области связанных состояний электрона и ядра. Области энергий $p_0 \in (m_2 - m_1, m_2 + m_1)$ и $p_0 \in (-m_2 - m_1, -m_2 + m_1)$ при $q=0$ являются запрещенными зонами. Импульс $p^{(-)}$ отвечает максимуму кривой $p_{02}^{(+)}$ (или минимуму кривой $p_{02}^{(-)}$).

Следовательно,

$$E^{(+)} = 2|\Delta| - \frac{1-\beta}{1+\beta} q \operatorname{sign}\Delta, \quad E^{(-)} = -q \operatorname{sign}\Delta \quad \text{при } \Delta \rightarrow \pm\infty. \quad (58)$$

Рассмотрим поведение функции $E^{(-)}$ в окрестности точки $\Delta = \Delta_0$. Подставляя $\Delta = \Delta_0 + x$ во вторую из формул (56) и разлагая полученное выражение по степеням x , получаем (с точностью до членов порядка x^2):

$$E^{(-)} = -x \frac{q}{A} \left[1 - \frac{x}{2qA^2} (m_2^2 - m_1^2) \right], \quad A = \sqrt{m_1^2 + \left(\Delta_0 - \frac{q\beta}{1-\beta} \right)^2}. \quad (59)$$

Вычислим групповую скорость элементарных возбуждений, соответствующих ветви $E^{(-)}$ и обусловленного относительным движением частиц, в окрестности точки $x = 0$. Учитывая, что $\Delta_0 - \frac{q\beta}{1-\beta} = \frac{m_2^2 - m_1^2}{2q} + \frac{q}{2}$, получаем (при $x \rightarrow 0$):

$$\frac{\partial E^{(-)}}{\partial x} = -\frac{q}{A} = -\operatorname{sign}(q) \begin{cases} 2 \frac{q^2}{m_2^2} & \text{при } |q| \ll m_2, \\ 2 & \text{при } |q| \gg m_2. \end{cases}$$

Отсюда следует, что **относительное движение частиц существенно зависит от скорости движения системы как целого**. Эта зависимость наиболее значительна для ветви $E^{(-)}$. Возможно даже появление сверхсветовых элементарных возбуждений при $q \gg m_2$.

Приведенные выше результаты позволяют получить представление об энергетическом спектре системы двух частиц в переменных p и q (p — z -компонента импульса относительного движения частиц, q — z -компонента импульса точки с радиусом-вектором \vec{R}). Энергетический спектр атома водорода представлен схематически на рис. 1. Непрерывная часть спектра состоит из четырех зон — I–IV. Положение границ этих зон при фиксированном значении q дается кривыми, описываемыми функциями $p_{01}^{(\pm)} = \pm E^{(+)}(p, q)$ и $p_{02}^{(\pm)} = \pm E^{(-)}(p, q)$ (см. (50)). Имеются две запрещенные зоны: одна из них лежит между $p_{01}^{(+)}$ и $p_{02}^{(+)}$, а вторая — между $p_{01}^{(-)}$ и $p_{02}^{(-)}$. Ширина этих зон составляет $2m_1$ при $q = 0$; она уменьшается с увеличением q . Зоны $p_{02}^{(+)}$ и $p_{02}^{(-)}$ примыкают друг к другу, не пересекаясь, если $q = 0$ (т.е. если атом как целое покоится), их границы пересекаются при $\Delta = \Delta_0$, если $q \neq 0$.

Если система двух частиц как целое покоится (т.е. $q = 0$), графики энергий $p_{0n}^{(\pm)}$ как функций p симметричны относительно вертикальной оси. Если же система как целое движется, т.е. $q \neq 0$, указанная симметрия нарушается. С увеличением q графики все более и более деформируются, т.е. с увеличением полного импульса атома зависимость относительного движения частиц в атоме от величины q становится все более значительной.

Связанные состояния электрона и ядра лежат, как и должно быть, в запрещенных зонах; соответствующие уровни энергии группируются в двух областях (см. рис.1): одна лежит вблизи уровня энергии $p_0 = m_2 + m_1$ (область 1), а вторая — вблизи уровня энергии $p_0 = -m_2 + m_1$ (область 2). Каждому связанному состоянию атома в области 1 отвечает состояние-двойник, расположенное в области 2.

6. Связанные состояния

Ограничимся исследованием связанных состояний электрона и ядра в частном случае, когда атом водорода как целое покоится, т.е. $\vec{q} = 0$, $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2 = \vec{p}$ (см. (49)). Приведем уравнения (44) к безразмерному виду, введя следующие безразмерные величины:

$$r' = \frac{r}{a_0}, \quad \vec{p} = -i \frac{\partial}{\partial \vec{r}'} \frac{1}{m_1 a_0} = \alpha \vec{p}', \quad p_0 = p_0', \quad \frac{U}{m_1} = -\frac{\alpha^2}{r},$$

где $\alpha = e^2 = \frac{1}{m_1 a_0}$, $a_0 = \frac{1}{m_1 e^2}$ (в обычных единицах $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$, $a_0 = \frac{\hbar^2}{m_1 e^2}$). Учитывая равенства

$$\begin{aligned} \frac{D^{(-, \mp)}}{m_1} &= \frac{1}{\mu} \left((p_0' - 1)^{\mu \mp 1} + \frac{\mu \alpha^2}{r} \right), \\ \frac{D^{(+, \mp)}}{m_1} &= \frac{1}{\mu} \left((p_0' + 1)^{\mu \mp 1} + \frac{\mu \alpha^2}{r} \right), \end{aligned} \quad \mu = \frac{m_1}{m_2}, \quad (60)$$

уравнения (44) представим в виде:

$$\begin{aligned} \left((p_0' - 1)^{\mu - 1} + \frac{\mu \alpha^2}{r} \right) \Phi_1 - \mu \alpha (\sigma \vec{p}') \Phi_2 &= -\mu \alpha (\sigma \vec{p}') \Phi_3, \\ -\mu \alpha (\sigma \vec{p}') \Phi_1 + \left((p_0' + 1)^{\mu - 1} + \frac{\mu \alpha^2}{r} \right) \Phi_2 &= -\mu \alpha (\sigma \vec{p}') \Phi_4, \\ \left((p_0' - 1)^{\mu + 1} + \frac{\mu \alpha^2}{r} \right) \Phi_3 - \mu \alpha (\sigma \vec{p}') \Phi_4 &= -\mu \alpha (\sigma \vec{p}') \Phi_1, \\ -\mu \alpha (\sigma \vec{p}') \Phi_3 + \left((p_0' + 1)^{\mu + 1} + \frac{\mu \alpha^2}{r} \right) \Phi_4 &= -\mu \alpha (\sigma \vec{p}') \Phi_2. \end{aligned} \quad (61)$$

Далее вводим обозначения (всюду далее для простоты записи опускаем штрихи над буквами)

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= g_1(r) \Omega_{jIM}, \quad g_1(r) = \frac{a_1(r)}{r}, \\ \Phi_2 &= i f_1(r) \Omega_{j'M}, \quad f_1(r) = \frac{b_1(r)}{r}, \\ \Phi_3 &= i g_2(r) \Omega_{j'M}, \quad g_2(r) = \frac{a_2(r)}{r}, \\ \Phi_4 &= -f_2(r) \Omega_{jIM}, \quad f_2(r) = \frac{b_2(r)}{r}, \end{aligned} \quad (62)$$

где Ω_{jIM} и $\Omega_{j'M}$ шаровые спиноры, $a_n = a_n(r)$, $b_n = b_n(r)$ - искомые функции, зависящие от $r = |\vec{r}|$ ($n = 1, 2$). Подставляя (62) в (61) и учитывая равенства (24), получаем следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \left((p_0 - 1)^{\mu - 1} + \frac{\mu \alpha^2}{r} \right) a_1 + \mu \alpha \left(\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right) b_1 &= \mu \alpha \left(\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right) a_2, \\ -\mu \alpha \left(\frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r} \right) a_1 + \left((p_0 + 1)^{\mu - 1} + \frac{\mu \alpha^2}{r} \right) b_1 &= \mu \alpha \left(\frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r} \right) b_2, \\ \left((p_0 - 1)^{\mu + 1} + \frac{\mu \alpha^2}{r} \right) a_2 + \mu \alpha \left(\frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r} \right) b_2 &= -\mu \alpha \left(\frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r} \right) a_1, \\ \mu \alpha \left(\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right) a_2 - \left((p_0 + 1)^{\mu + 1} + \frac{\mu \alpha^2}{r} \right) b_2 &= \mu \alpha \left(\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right) b_1. \end{aligned} \quad (63)$$

Следует учесть, что при рассмотрении связанных состояний атома с энергией $p_0 = m_2 + m_1 + \varepsilon m_1$, $|\varepsilon| \ll 1$, в (63) нужно выполнить замену

$$(p_0 - 1)^{\mu - 1} \rightarrow \varepsilon \mu. \quad (64)$$

Если же рассматриваются связанные состояния с энергией $p_0 = -m_2 + m_1 + \varepsilon m_1$, $|\varepsilon| \ll 1$, то в (63) выполняется замена

$$(p_0 - 1)^{\mu-1} \rightarrow \varepsilon^{\mu-2}. \quad (65)$$

Решение уравнений (63) ищем в виде степенных разложений:

$$a_n(r) = \sum_{k=0}^{\infty} A_{nk} r^{\mu_n+k}, \quad b_n(r) = \sum_{k=0}^{\infty} B_{nk} r^{\nu_n+k}, \quad n=1,2. \quad (66)$$

Подставляя разложения (66) в уравнения (63) и приравнявая нулю суммы коэффициентов при одинаковых степенях r , определяем как показатели степени μ_n и ν_n ($n=1,2$), так и коэффициенты A_{nk} и B_{nk} . Анализ показывает, что решение имеется лишь при условии $\mu_n = \nu_n$ ($n=1,2$). Полагая $\mu_1 = \mu_2 = \nu_1 = \nu_2 = \nu$, $A_{10} \neq 0$, $A_{20} \neq 0$, $B_{10} \neq 0$, $B_{20} \neq 0$ и приравнявая нулю коэффициенты при наименьшей степени r ($r^{\nu-1}$), приходим к однородной системе уравнений

$$\begin{aligned} \alpha A_{10} + (\nu - \kappa) B_{10} &= (\nu - \kappa) A_{20}, \\ -(\nu + \kappa) A_{10} + \alpha B_{10} &= (\nu + \kappa) B_{20}, \\ \alpha A_{20} + (\nu + \kappa) B_{20} &= -(\nu + \kappa) A_{10}, \\ (\nu - \kappa) A_{20} - \alpha B_{20} &= (\nu - \kappa) B_{10}, \end{aligned} \quad (67)$$

из которой определяем величину ν и коэффициенты разложений A_{n0} и B_{n0} :

$$\nu = \sqrt{\kappa^2 - \frac{\alpha^2}{4}}, \quad A_{10} = \frac{2(\nu - \kappa)}{\alpha} A_{20} = -\frac{\alpha}{2(\nu + \kappa)} A_{20}, \quad B_{10} = -A_{20}, \quad B_{20} = A_{10}. \quad (68)$$

Можно положить, в частности, что

$$\begin{aligned} A_{20} = 1, \quad B_{10} = -1, \quad A_{10} = B_{20} = -\frac{\alpha}{2(\nu + \kappa)} \quad \text{при } \kappa > 0 \text{ и} \\ A_{10} = 1, \quad B_{20} = 1, \quad A_{20} = -B_{10} = \frac{\alpha}{2(\nu - \kappa)} \quad \text{при } \kappa < 0. \end{aligned} \quad (69)$$

Остальные коэффициенты разложений можно получить с помощью рекуррентных соотношений, которые нетрудно вывести, используя уравнения (63) и разложения (66).

При решении системы уравнений (63) на компьютере эту систему нужно дополнить начальными условиями, в качестве которых удобно использовать значения функций a_n и b_n при $r=0$. Указанные условия несложно записать с помощью разложений (66) и равенств (69).

Приближенные решения уравнений (63), отвечающие связанным состояниям, легко получить, используя нерелятивистское приближение.

Если ограничиться нерелятивистским приближением для протона, то в системе уравнений (63) нужно выполнить замену (64) и, оставив в двух последних уравнениях (63) основные по величине члены, выразить a_2 и b_2 через a_1 и b_1 :

$$a_2 = -\frac{1}{2} \mu \alpha \left(\frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r} \right) a_1, \quad b_2 = -\frac{1}{2} \mu \alpha \left(\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right) b_1.$$

Затем a_2 и b_2 подставляем в первые два уравнения (63):

$$\begin{aligned} \left(\varepsilon + \frac{\alpha^2}{r} \right) a_1 + \alpha \left(\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right) b_1 &= -\frac{1}{2} \mu \alpha^2 \left(\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right) \left(\frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r} \right) a_1, \\ -\alpha \left(\frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r} \right) a_1 + \left(\varepsilon + 2 + \frac{\alpha^2}{r} \right) b_1 &= -\frac{1}{2} \mu \alpha^2 \left(\frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r} \right) \left(\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right) b_1. \end{aligned} \quad (70)$$

Если, далее, мы хотим ограничиться нерелятивистским приближением и для электрона, то из второго из уравнений (65) нужно выразить b_1 , оставляя лишь основные по величине члены:

$$b_1 = \frac{\alpha}{2} \left(\frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r} \right) a_1.$$

Подставляя теперь b_1 из предыдущего соотношения в первое уравнение (70), вводя обозначения $A = \frac{1}{2}(1 + \mu)\alpha^2$, $B = \alpha^2$ и учитывая, что $\kappa(1 + \kappa) = l(l + 1)$, приходим к уравнению

$$A \left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) a_1 + \left(\varepsilon + \frac{B}{r} \right) a_1 = 0. \quad (71)$$

Как видно из раздела 2, решение уравнения (71), подчиняющееся необходимым физическим условиям, можно записать в виде:

$$a_1 = r^{l+1} e^{-\lambda r} F(a, b; 2\lambda r), \quad (72)$$

где $F(a, b; 2\lambda r)$ - вырожденная гипергеометрическая функция,

$b = 2(l + 1)$, $a = l + 1 - \frac{B}{2A\lambda}$, $\lambda = \sqrt{-\frac{\varepsilon}{A}}$. Это решение имеет физический смысл при условии

$\frac{B}{2A\lambda} = n$, где n — целое число, удовлетворяющее неравенству $n \geq l + 1$. Из упомянутого условия, которое можно представить в виде

$$\varepsilon = -\frac{B^2}{4A} \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (73)$$

получается формула для энергии:

$$\varepsilon = -\frac{\alpha^2}{2(1 + \mu)} \frac{1}{n^2}. \quad (74)$$

Отметим, что безразмерная величина ε (74) связана с энергией p_0 атома равенством:

$p_0 = m_2 + m_1 + \varepsilon m_1$. В обычных единицах: $\varepsilon = -\frac{\alpha^2}{2(1 + \mu)} \frac{1}{n^2} m_1 c^2 = -\frac{\mu e^4}{\hbar^2} \frac{1}{2n^2}$, μ — приведенная

масса электрона и протона. Соотношение (74) определяет, таким образом, спектр энергии атома, отвечающий связанным состояниям и лежащий в области энергий

$p_0 \in (m_2 + m_1 - \tilde{I}_0, m_2 + m_1)$, $\tilde{I}_0 = \frac{\alpha^2}{2(1 + \mu)} m_1$ (см. обл.1 на рис.1).

Аналогичным образом можно рассмотреть в нерелятивистском приближении связанные состояния атома, лежащие вблизи уровня энергии $p_0 = -m_2 + m_1$. Выполняя замену (65) в уравнениях (63), получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} \left(\varepsilon + \frac{\alpha^2}{r} \right) a_2 + \alpha \left(\frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r} \right) b_2 &= -\alpha \left(\frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r} \right) a_1, \\ \alpha \left(\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right) a_2 - \left(\varepsilon + 2 + \frac{\alpha^2}{r} \right) b_2 &= \alpha \left(\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right) b_1, \\ \left(\varepsilon \mu - 2 + \frac{\mu \alpha^2}{r} \right) a_1 + \mu \alpha \left(\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right) b_1 &= \mu \alpha \left(\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right) a_2, \\ -\mu \alpha \left(\frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r} \right) a_1 + \left(\varepsilon + 2 \right) \mu - 2 + \frac{\mu \alpha^2}{r} b_1 &= \mu \alpha \left(\frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r} \right) b_2. \end{aligned} \quad (75)$$

Степенные разложения (66) и формулы (68) и (69) для коэффициентов разложений остаются в силе.

Из двух последних уравнений (75) выражаем a_1 и b_1 через a_2 и b_2 , пренебрегая при этом малыми членами:

$$a_1 = -\frac{\mu \alpha}{2} \left(\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right) a_2, \quad b_1 = -\frac{\mu \alpha}{2(1 - \mu)} \left(\frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r} \right) b_2.$$

Подставляем a_1 и b_1 в первые два уравнения (75) и из второго из них выражаем b_2 (удерживаем только основные по величине члены):

$$b_2 = \frac{\alpha}{2} \left(\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right) a_2.$$

Подстановка b_2 в первое из уравнений (75) после несложных преобразований приводит к уравнению:

$$\tilde{A} \left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{\kappa(\kappa-1)}{r^2} \right) a_2 + \left(\varepsilon + \frac{B}{r} \right) a_2 = 0, \quad (76)$$

$$\tilde{A} = \frac{1}{2}(1-\mu)\alpha^2, \quad B = \alpha^2.$$

Здесь $\kappa(\kappa-1) = \begin{cases} (l-1)l = l'(l'+1), & \text{если } j = l - \frac{1}{2}, l' = l-1 \quad (l=1,2,\dots), \\ (l+1)(l+2) = l'(l'+1), & \text{если } j = l + \frac{1}{2}, l' = l+1 \quad (l=0,1,\dots), \end{cases}$

т.е. можно положить: $\kappa(\kappa-1) = l'(l'+1)$. Уравнение (76) по форме совпадает с (71) и поэтому, пользуясь равенствами (72)–(74), можно сразу же записать выражения для функции a_2 и энергии ε (последнюю величину мы обозначим ниже через ε с тем чтобы отличать ее от величины ε , определенной формулой (74)):

$$a_2 = r^{l'+1} e^{-\tilde{\lambda}r} F(\tilde{a}, \tilde{b}; 2\tilde{\lambda}r), \quad (77)$$

$$\varepsilon = -\frac{\alpha^2}{2(1-\mu)} \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (78)$$

где $\tilde{b} = 2(l'+1)$, $\tilde{a} = l'+1 - \frac{B}{2A\tilde{\lambda}}$, $\tilde{\lambda} = \sqrt{-\frac{\varepsilon}{A}}$. Рассматриваемые связанные состояния располага-

ются, таким образом, в области энергий $p_0 \in (-m_2 + m_1 - \tilde{I}_0, -m_2 + m_1)$, $\tilde{I}_0 = \frac{\alpha^2}{2(1-\mu)} m_1$ (см. обл.2 на рис.1).

7. Заключение. Обсуждение результатов и главные выводы работы

Как показано в разделах 5 и 6, энергетический спектр атома водорода как системы двух взаимодействующих между собой квантовых частиц — электрона и протона, существенно отличается от спектра энергии атома водорода, описанного в учебниках по квантовой механике (см., например, [23]). Это отличие состоит

- в удвоении числа разрешенных и запрещенных зон,
- в появлении дополнительной области связанных состояний электрона и ядра, характеризующихся аномально большим дефектом массы, и
- в возникновении особых квантовых состояний атома, в которых полная энергия атома равна разности энергий составляющих его частиц.

Полученные нами результаты вызывают ряд вопросов: Почему упомянутые особенности спектра энергии атома водорода не проявились в эксперименте до сих пор? Не являются ли эти результаты лишь плодом воображения физика-теоретика, фантазией, далекой от реальности?

Нам кажется здесь уместным, прежде чем отвечать на эти вопросы, попытаться понять, почему явление дифракции электронов было открыто на опыте лишь спустя несколько лет после того, как Луи де Бройль теоретически предсказал существование волновых свойств микро-частиц. Ведь уровень развития экспериментальной техники позволял обнаружить дифракцию частиц, по крайней мере, за десяток лет до предсказания де Бройля. Причина, очевидно, заключается в том, что до де Бройля никто и не подозревал о существовании у микро-частиц волновых свойств. Так же обстояло дело и с открытием позитрона: он был открыт экспериментально

лишь после того, как Дирак предсказал существование в природе античастиц (естественно, что до предсказания Дирака не могли проводиться экспериментальные поиски античастиц).

Возвращаясь к вопросам, поставленным выше, заметим, что еще на заре квантовой механики, в 1930 г., Шредингер показал, что из законов квантовой механики с необходимостью вытекает существование особого движения микрочастиц — **дрожательного движения** [2]. Естественно ожидать, что дрожательное движение присуще также и ядру атома. Однако до сих пор считалось, что из-за огромного различия в массах электрона и ядра движением ядра в атоме можно пренебречь, рассматривая ядро как неподвижный кулоновский центр. Как видно из проведенного нами исследования, учет движения ядра приводит к качественно новым физическим результатам. Глубоко укоренившееся среди физиков представление о том, что действие ядра в атоме можно заменить действием заданного внешнего поля, является не более, чем иллюзией. Стандартная модель атома с закрепленным ядром оказывается весьма грубым приближением к реальности. Суть дела состоит в том, что, **освободив ядро атома от оков, мы тем самым позволили ядру совершать характерное для микрочастиц дрожательное движение и привели в действие связанную с этим движением дополнительную энергию**. Вследствие этого, в энергетическом спектре атома и появились дополнительные зоны и образовалась дополнительная область связанных состояний электрона и ядра. **Результаты данной работы являются, таким образом, прямым следствием законов квантовой механики, вытекающим из дираковской модели квантовой частицы.**

Рассмотрим схематически те процессы, которые приводят к выделению атомом энергии.

В основном состоянии атома электрон находится на нижайшем уровне энергии области 1 (см. рис.1). Все остальные уровни энергии, лежащие ниже, заполнены виртуальными частицами в соответствии с принципом Паули. Как видно из рис.1, каждому уровню энергии электрона в модели атома с закрепленным ядром соответствуют в представленной здесь новой модели атома два уровня, один из которых имеет отрицательную энергию. Напомним, что в квантовой электродинамике каждому виртуальному состоянию с отрицательной энергией соответствует реальное состояние с энергией противоположного знака. Следовательно, виртуальным связанным состояниям электрона и ядра в области 2 (см. рис.1) с энергией $p_0 = -m_2 + m_1 + \varepsilon$, $|\varepsilon| \ll m_1$ (см. (78)) соответствуют состояния с энергией $m_2 - m_1 - \varepsilon \equiv p'_0$. Эти состояния, совокупность которых обозначим через область $2'$, отделены от связанных состояний в области 1 энергией порядка $2m_1$. Если состояния в области 2 заполнены, то область $2'$ оказывается латентной — она недоступна, в силу принципа Паули, для электрона из области 1.

При воздействии на атом некоторого возмущения происходит перераспределение виртуальных частиц, энергетический спектр системы деформируется и, вследствие этого, могут появиться пустые места (вакансии) в области 2 связанных состояний. Энергия, необходимая для образования такого рода вакансий, черпается из резервуара энергии дрожательного движения ядра. Возникновение вакансии в области 2 означает, что соответствующее этой вакансии состояние в области $2'$ из латентного становится реальным. Происходит квантовый переход электрона в это состояние из области 1, сопровождающийся выделением энергии порядка $2m_1$. Состояние электрона в области $2'$ является **метастабильным**. Электрон находится в этом состоянии до тех пор, пока имеется вакансия в соответствующем состоянии в области 2. Как только вакансия исчезает, происходит обратный переход — электрон возвращается в область 1, поглощая энергию из окружения.

Отметим, что энергия, выделяемая атомом в результате описанного выше прямого перехода, отличается по качеству от энергии, поглощаемой в обратном переходе. Прямой переход является переходом в состояние с большей энергией связи, и выделяемая энергия является энергией упорядоченного движения, энергией высокого качества, в обратном же переходе поглощается энергия окружения (энергия вакуумных колебаний, энергия дрожательного движения), это энергия низкого качества.

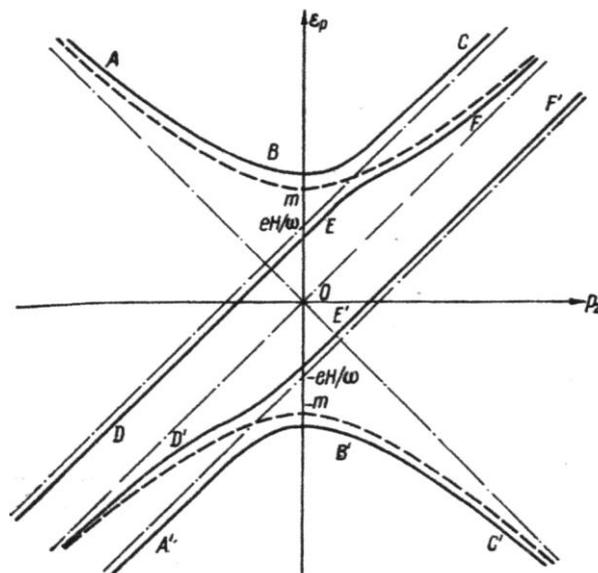


Рис.2. Квазиэнергетический спектр электрона в поле электромагнитной волны и в однородном магнитном поле. Зависимость квазиэнергии ε_p от z -компоненты импульса p_z при фиксированных значениях n и σ (n — номер уровня Ландау, σ — спиновая переменная), e и m — электрический заряд и масса электрона, H — напряженность однородного магнитного поля, ω — частота электромагнитной волны, ABC и DEF — электронные, $A'B'C'$ и $D'E'F'$ — позитронные ветви спектра. Пунктирные линии изображают ветви спектра электрона в однородном магнитном поле в отсутствие поля волны, штрихпунктирные прямые являются асимптотами к ветвям спектра.

Как следует из аргументов, приведенных во Введении, топливом для активной тепловой машины может служить любое вещество, атомы которого способны переходить в результате некоторого воздействия из состояния с меньшим дефектом массы в состояние с большим дефектом массы и после прекращения воздействия возвращаться в состояние с исходным значением дефекта массы². Нам представляется, что наиболее эффективным способом получения топлива является воздействие на вещество внешних электромагнитных полей, вызывающих перестройку энергетического спектра элементарных возбуждений в системе. В качестве примера физической системы, в которой наблюдается радикальная перестройка спектра энергии, можно привести электрон в однородном магнитном поле. При дополнительном воздействии на электрон поля плоской электромагнитной волны внутри запрещенной зоны, разделяющей электронные и позитронные состояния, возникают дополнительные зоны энергий [27, 28] (см. рис.2). Появление дополнительных разрешенных зон энергии внутри запрещенной зоны означает с физической точки зрения, что под действием внешнего поля происходит упорядочение элементарных возбуждений системы и, соответственно, увеличивается связь между ними. Отметим, что перестройка энергетического спектра элементарных возбуждений, вызванная действием электромагнитного поля, имеет универсальный характер [28-34]; она может существенно изменить физические свойства системы, приводя к ряду необычных физических эффектов; например, становится возможным процесс образования электронно-позитронной пары фотоном, энергия которого намного меньше, чем $2mc^2$ (m — масса свободного электрона) [28].

Упорядочивание под действием приложенного электромагнитного поля может происходить и в электронной подсистеме атома, приводя при определенных условиях к увеличению дефекта массы атома. Путем подбора физических параметров, характеризующих приложенное поле и вещество, можно установить условия, при которых во внешнем поле происходит увеличение дефекта массы атомов вещества и получить тем самым топливо для активной тепловой

² Заметим, что конечное состояние атома в рассматриваемом процессе отличается по своим характеристикам от начального.

машины.

В связи с тем, что источником избыточной энергии, производимой в активной тепловой машине, является **окружающая среда**, необходимо уточнить это понятие. Как подчеркивается в [35], характерной особенностью поведения взаимодействующих между собой полей является непрерывное взаимодействие реальных частиц с “вакуумом как со своего рода физической средой, в которой эти частицы движутся.” Эта среда, называемая **физическим вакуумом**, играет исключительно важную роль: она является фоном, на котором происходят реальные физические процессы, фоном, от которого отсчитываются наблюдаемые на опыте частицы. Под вакуумным состоянием обычно понимают такое состояние взаимодействующих между собой полей (например, электронно-позитронного и электромагнитного), в котором отсутствуют реальные, наблюдаемые частицы. При этом считается само собой разумеющимся, что вакуумное состояние обладает наименьшим значением энергии. Как показывают наши исследования [32-34], в системе взаимодействующих полей имеется бесконечно много состояний, в которых отсутствуют реальные частицы и которые отличаются друг от друга величиной энергии. Отсюда следует принципиально важный вывод: **существует энергетическая зона вакуумных состояний**, имеющая ненулевую ширину [32]. Следовательно, физический вакуум (или **вакуумный фон** [33]) аналогичен в некотором смысле упругой среде. Эта среда может, в частности, деформироваться под действием приложенного поля, переходя в возбужденное состояние и тем самым аккумулируя энергию поля [32,33]. Она может быть и **поставщиком энергии**, перейдя из исходного состояния в состояние с меньшей энергией (в пределах зоны вакуумных состояний).

Как показано в [32], возможен процесс поглощения в вакууме «кванта» поля частоты ω ($\omega > 2m$, m — масса электрона) без образования реальной пары электрон-позитрон, т.е. вакуумные колебания могут аккумулировать электромагнитную энергию. Энергия «кванта» расходуется на перераспределение вакуумных зарядов и запасается в виде **деформаций вакуумного фона**. Очевидно, что возбужденный вакуум может возвратиться в основное состояние, излучив избыток энергии в виде реальных фотонов и электронно-позитронных пар. Возникают, таким образом, интересные как с общезначимой, так и с прикладной точек зрения **проблемы накачки вакуумного фона и индуцированного излучения вакуума**, сформулированные в работе [32]. Одним из проявлений физического вакуума является **перестройка энергетического спектра системы**, помещенной во внешнее электромагнитное поле [31]. Под окружающей средой по отношению к данной физической системе естественно понимать физический вакуум, в который система “погружена”, а также частицы и поля, с которыми система взаимодействует. Как отмечается в [36], физический вакуум относится к числу фундаментальных понятий современной физики; исследования по проблеме вакуума могут привести к пересмотру сложившихся взглядов на устройство мира.

Важно подчеркнуть, что в активных тепловых машинах энерговыделение происходит за счет электронных процессов в атомах, а не в результате синтеза или расщепления атомных ядер. Это значит, что **активная тепловая машина будет экологически безопасным источником энергии**. Поскольку окружающий нас мир является безграничным резервуаром энергии, которая может быть превращена в активную форму с помощью электронных переходов в атомах, то мы вправе заключить, что **атом представляет собой неиссякаемый источник экологически чистой энергии**.

В заключение отметим, что хотя в данной работе рассмотрен лишь частный случай — атом водорода, полученные результаты имеют весьма общий характер: **в электронной подсистеме любого атома можно вызвать квантовые переходы**, приводящие к увеличению дефекта массы атома и, следовательно, **сопровождаящиеся выделением избыточной энергии**. Атом водорода предоставляет нам простейший полигон, на котором могут быть детально исследованы квантовые процессы, приводящие к увеличению дефекта массы, и найдены те возмущения, которые вызывают подобные процессы. Такие исследования крайне необходимы для разработки эффективных методов получения топлива для активных тепловых машин.

Авторы работы выражают благодарность Кожухарю Р.Л. за проведение численных расчетов и помощь при оформлении работы.

Л и т е р а т у р а :

1. Дирак П. А. М. Принципы квантовой механики. — М., Наука, 1979.
2. Schrödinger E. Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Phys. Math. Kl. **24**, 418, 1930.
3. Tesla N. Experiments with Alternative Currents of Very High Frequency and their Application to Methods of Artificial Illumination. Delivered before the American Institute of Electrical Engineers, Columbia College, N.Y., May 20, 1891.
4. Конюшая Ю. П. Естественный круговорот энергии в природе и проблемы энергетической инверсии. Краткий исторический обзор. — Общественный институт энергетической инверсии «ЭНИИ», М., 1977.
5. Циолковский К. Э. Второе начало термодинамики. // Журнал русской физической мысли. №1. С. 22-39. М. 1991 (перепечатка издания: Калуга. Типография С.А. Семенова. 1914).
6. Гвай И. И. О малоизвестной гипотезе Циолковского. Под ред. П.К. Ощепкова. — Калуга: Кн. изд., 1959. — 248 с.
7. Гвай И. И. К. Э. Циолковский о круговороте энергии. — М.: Изд-во АН СССР, 1957. — 74 с.
8. Ощепков П. К. Жизнь и мечта. — М.: Московский рабочий, 1977.- с. 79.
9. Геллер С. В. Вихревые нагреватели жидкости. Новая энергетика, №3(22), 2005.
10. Ранк Г. Патент США, US 1952281, 1934.
11. Григгс Дж. Л. Патент США, US 5188090, 1993.
12. Потанов Ю. С. Теплогенератор и устройство для нагрева жидкости. Патент РФ RU 2045715, 1995.
13. Сапогин Л. Г., Потанов Ю. С. и др. Устройство для нагрева жидкости. Патент РФ, RU 2162571, 2000.
14. Oleinik V. P. The Problem of Electron and Superluminal Signals. (Contemporary Fundamental Physics) (Nova Science Publishers, Inc., Huntington, New York, 2001).
15. Oleinik V. P. Superluminal Transfer of Information in Electrodynamics. SPIE Material Science and Material Properties for Infrared Optoelectronics, **3890**, p.321-328, 1998 (<http://www.spie.org/>).
16. Oleinik V. P. Faster-than-Light Transfer of a Signal in Electrodynamics. Instantaneous action-at-a-distance in modern physics (Nova Science Publishers, Inc., New York, 1999), p.261-281.
17. Олейник В. П. Проблема сверхсветовой коммуникации: сверхсветовые сигналы в электромагнитном поле и их физический носитель. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2003. — №1. — С. 21-42.
18. Олейник В. П. К электронным технологиям XXI века: на пороге революции в системах коммуникации. // Сборник докладов Международной конференции «С инновациями в XXI век», Миллениум 2002, Одесса, 13 апреля 2002, — С.268-273 (2002).
19. Oleinik V. P., Borinsky Yu. C., Arepjev Yu. D. On the Possibility of the New Communication Method and Controlling of the Time Course. New Energy Technologies, #9, p.6-13, 2002.
20. Oleinik V. P. Quantum Theory of Self-Organizing Electrically Charged Particles. Soliton Model of Electron. Proceedings of the NATO-ASI «Electron Theory and Quantum Electrodynamics. 100 Years Later.» (Plenum Press, N.-Y., London, Washington, D.C., Boston, 1997), p.261-278.
21. Oleinik V. P. Quantum Equation for the Self-Organizing Electron. Photon and Poincare Group (Nova Science Publishers, New York, Inc., 1999), p.188-200.
22. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. — М., Наука, 1969.
23. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. — М., Наука, 1989.
24. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т.1. — М., Наука, 1965.
25. Breit G. Phys. Rev. **34**, 553, 1929; **36**, 383, 1930; **39**, 616, 1932.
26. Бете Г. Квантовая механика простейших систем. — М., ОНТИ, 1935.
27. Олейник В. П. Гриновская функция и квазиэнергетический спектр электрона в поле электромагнитной волны и однородном электромагнитном поле. УФЖ, **13**, 1205, 1968; УФЖ, **14**, 2076, 1969.
28. Олейник В. П. Образование электронно-позитронной пары фотоном в поле электромагнитной волны и однородном электромагнитном поле. ЖЭТФ, **61**, 27-44, 1971.
29. Олейник В. П., Абакаров Д. И., Белоусов И. В. Коллективные возбуждения электронов и дырок в сильном электромагнитном поле и поглощение света в условиях параметрического резонанса. ЖЭТФ, **75**, 312-324, 1978.
30. Belousov I. V., Oleinik V. P. Restructuring of the energy spectrum and light absorption in a semiconductor in an intense electromagnetic field. J.Phys.C: Solid State Phys., **12**, 655-665, 1979.
31. Олейник В. П., Белоусов И. В. Проблемы квантовой электродинамики вакуума, диспергирующих сред и сильных полей. — Кишинев, Штиинца, 1983.
32. Олейник В. П. О вакуумных эффектах в квантовой электродинамике интенсивного поля. Когерентные состояния и фазовые переходы в системе экситонов большой плотности. — Кишинев, Штиинца, 1985, 164-172.

33. Олейник В. П. Вакуумный фон взаимодействующих полей и квантовые процессы. Квантовые процессы в интенсивных полях. Кишинев, Штиинца, 1987, 111-122.
34. Oleinik V. P., Arepjev Ju. D. Quantum Processes: Probability Fluxes, Transition Probabilities in Unit Time and Vacuum Vibrations. J. Phys. A: Math. Gen. **22**, 3871-3897, 1989.
35. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. — М., Наука, 1976.
36. Косинов Н. В. Проблема вакуума в контексте нерешенных проблем физики. // Физический вакуум и природа, №3, 48-71, 2000.

Статья поступила в редакцию 02.05. 2007 г.

Oleinik V. P., Prokofjev V. P.

Power problem.

Atom as an inexhaustible source of ecologically pure energy

The fundamentally new approach to the power problem is put forward based on the excitation of electronic quantum transitions in atom responsible for the increase in mass defect of atom. **The consecutive quantum theory of hydrogen atom as a system of two particles interacting with each other — electron and proton is constructed** on the basis of Dirac's model of electron. The motion of nucleus in the hydrogen atom is shown to essentially affect the physical properties of atom. The energy spectrum of the atom contains two regions of bound states of electron and nucleus separated from each other by energy of the order of $2m_2c^2$ (m_2 is the mass of proton, c is the velocity of light). As a consequence, there exist such states of the atom in which the mass defect of atom reaches the value of $2m_1$ (m_1 is the mass of electron). The existence of quantum states of atom with abnormally high mass defect and the ability of atom to make transitions from states with smaller value of mass defect to states with greater value open the prospect of creation of **active thermal machines (TM) producing superfluous energy**, i.e. transforming the energy of environment to active form. From the conceptual point of view, the idea of production of superfluous energy in active TM does not differ from the physical idea which is carried out in the thoroughly studied reactions of thermonuclear synthesis. In both cases, the question is the organization and maintenance in a system of interacting particles of physical processes in which the state of system changes in such a manner that the mass defect of system eventually increases in comparison with mass defect in initial state. **Distinction between active TM and thermonuclear reactor consists only in the fact that physical processes of various types are used in them: in the first case — electronic processes in atoms, and in the second one — the processes going on at collision of nucleons and nuclei.** The fact that both phenomena — the production of superfluous energy in active TM and the energy liberation in reaction of thermonuclear synthesis — are of the same physical nature and are described by the same parameter — mass defect means that production of superfluous energy is as real as thermonuclear synthesis. As the energy liberation in active TM occurs due to electronic processes in atoms instead of synthesis or splitting of atomic nuclei, **active TM will be ecologically pure energy sources.** As fuel for active thermal machine, any substance can serve, the atoms of which can be in states with various values of mass defect. **The results of the present work do not contradict the laws of thermodynamics.** The principles of action of TM described in textbooks on thermodynamics refer only to such TM which are isolated from environment (such TM can be naturally referred to as passive). **The idea that it is impossible to transform energy of environment to active form, deeply rooted in consciousness, is the deepest and tragic delusion of the last century** resulted in the orientation of economy of the planet exclusively towards passive TM. Consequences are known: research on the transformation of environment energy to active form (N. Tesla, K. E. Tsiolkovsky, P. K. Oshchepkov, etc.) have been blocked and declared as pseudo science, and the mankind appeared on the verge of ecological catastrophe by the end of the century. The real way toward resolving power problem, as is evident from the results of the paper, passes through the research directed towards the creation of **active thermal machines** — qualitatively new ecologically pure energy sources.

Key words: power problem, ecologically pure energy source, energy spectrum of hydrogen atom, motion of nucleus in atom, quantum transitions, mass defect, active and passive thermal machines, superfluous energy.