

ТЕОРИЯ ПОЛЯ И ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

УДК 537

Бельцов Р. И., Федоткин И. М.

К ФИЗИКЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»
Проспект Победы 37, Киев, 03056, Украина

Исследуются уравнения электромагнитного поля Максвелла. Изучается взаимодействие реальных фотонов с устойчивостью движения симметризованных частиц-античастиц бозе-конденсата физического вакуума. Обосновывается существование сверхтекучих свойств среды для уравнений Максвелла.

Ключевые слова: физический вакуум, электрон, позитрон, сверхтекучесть.

Введение

Первая пара электромагнитных уравнений Максвелла [2]

$$\text{rot} \vec{E} = -1 \frac{\partial H}{c \partial t}, \text{div} \vec{H} = 0, \vec{H} = \text{rot} \vec{A}. \quad (1)$$

В интегральной форме:

$$\int \text{div} \vec{H} dV = \oint \vec{H} dl.$$

Интеграл по произвольной поверхности $\oint \vec{H} df = 0$, т. е. поток магнитного поля через всякую замкнутую поверхность равен 0.

И, $\int \text{rot} \vec{E} df = \oint \vec{E} dl$. Интегрируя обе части по замкнутому контуру, огибающему некото-

рую поверхность $\oint \vec{E} dl = -1 \frac{\partial}{c \partial t} \int \vec{H} df$.

Тензор электромагнитного поля имеет вид

$$F_{ik} = \frac{\partial A_k}{\partial x_i} - \frac{\partial A_i}{\partial x_k}, \text{ и } \frac{\partial F_{ik}}{\partial x_l} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x_i} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x_k} = 0.$$

В основе принципа наименьшего действия для электромагнитного поля являются потенциалы A_k поля.

Действие является скаляром и интегралом от скаляра, квадратным по F_{ik} :

$$S_f = \frac{i}{Vc\pi} \int F_{ik}^2 d\Omega, \text{ где } d^{4d} = dx dy dz d^T, \text{ где } d^T \text{ — собственное время.}$$

Действие $S_f = \frac{1}{8\pi} \iint E^2 - H^2 dV dt$. А функция Лагранжа: $L_f = \frac{1}{8\pi} \int E^2 - H^2 dV$.

Для второй пары уравнений Максвелла вариация поля S_f с током j_i имеют вид

$$\delta S = \int \frac{1}{ic} \left\{ \frac{1}{c} j_i \delta A_i + \frac{1}{4\pi} F_{ik} \frac{\partial}{\partial x_k} \delta A_i \right\} d\Omega.$$

Из принципа наименьшего действия $\delta S = 0$: $\frac{\partial F_{ik}}{\partial x_k} = \frac{4\pi}{c} j_i$.

Четыре уравнения ($i=1,2,3,4$) — это вторая пара уравнений Максвелла. Подставляя значения тензора F_{ik} для $i=1$: $\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - 1 \frac{\partial E}{c \partial t} = \frac{4\pi}{c} j_x$.

В векторной форме для $i=1,2,3$:

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}. \quad (2)$$

Четвертое уравнение ($i=4$):

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi \rho, \text{ т. е. } \operatorname{div} E = 4\pi \rho, \text{ где } \rho \text{ — плотность заряда.}$$

Вторая пара уравнений Максвелла в интегральной форме:

$$\oint \vec{H} dl = \frac{4\pi}{c} \int \left(\vec{j} + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t} \right) df. \quad (2a)$$

Циркуляция магнитного поля равна сумме токов, истинного и смещения.

Из $\vec{H} = \operatorname{rot} A$, $\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \operatorname{grad} \varphi$, уравнения Максвелла сводятся к волновому уравнению [1], например, в физическом вакууме $\Delta_2 A - \frac{\partial^2 A}{c^2 \partial t^2} = 0$, т. е. $\vec{A}_{k\alpha} = \sqrt{4\pi} \frac{e^{(2)}}{\sqrt{2w}} e^{-i(\omega t - k\vec{r})}$; ($\omega = 1$,

2 — поляризация волны).

Энергетическая функция фотона имеет вид [1]:

$$\Pi \xi = \frac{4\pi i e^2}{3} \sum_n \langle 0 | j^\mu | n \rangle \langle n | j^\mu | 0 \rangle e^{\mp i p_n \xi}$$

при времени $t > 0$, где $x - x' = \xi = t, \xi$, символ n нумерует состояние системы (электромагнитное + электрон-позитронные поля) и состояние $|n\rangle$ содержит лишь одинаковые числа электронов и позитронов; j_μ, j^μ - токи в физическом вакууме.

1. О частицах-античастицах в физическом вакууме

Согласно [4], вероятность рождения e^+e^- -пар из вакуума становится заметной при напряженности электрического поля $E_s = \frac{m_0^2 c^3}{eh} = 1,32 \cdot 10^{16}$ В/см, при котором на комптоновской длине $l_c = \frac{h}{m_0 c} = 3,86 \cdot 10^{-11}$ см поле совершает над электроном работу $m_0 c^2$.

Процесс рождения e^+e^- -пар под действием лазерного импульса возможен при интенсивностях излучения [4]

$$I \approx I_s = \frac{c}{4\pi} E_s^2 = 4,65 \cdot 10^{29} \text{ Вт/см}^2.$$

Энергия рождения e^-e^+ -пар согласно [8]

$$E = hv = \sqrt{P_e^2 - c^2 + m_0^2 c^4} + \sqrt{P_e^2 + c^2 + m_0^2 c^4},$$

где $2m_0^2 c^2$ - энергия связи.

И по теории возмущений при вторичном приближении пропагатор фотона имеет в возбужденном состоянии сверхтекучие e^-e^+ -пары [1].

Как видно, длина когерентности l_c конденсата с потенциалом спаривания e^+e^- -пар в физическом вакууме намного больше размеров частиц $e^-e^+ \approx 10^{-15-16}$ см. Таким образом, симметризованные e^-e^+ -пары образуют бозе-эйнштейновский конденсат в физическом вакууме с комплексной волновой функцией, $\Psi \Psi^* = \rho_s$, и $\Psi = \sqrt{\rho_s} e^{i\theta}$.

Частицы-античастицы образуют сверхтекучие квазичастицы:

$$\sum_n | -2m_0 c^2 | e^{2iq\vec{r}},$$

где $-2m_0 c^2$ — энергия связи, q — вектор в направлении тока, $\frac{h q}{2m_0} = v_s$ — сверхтекучая скорость.

Так что вакууму энергетически выгодно, действуя на возбуждения, несимметричные, например, электрон e^- , при этом сверхтекучими квазичастицами минимизировать изменение

энергии связи $v = \sqrt{-2m_0c^2}$ частиц-античастиц.

2. Об устойчивости движения частиц-античастиц физического вакуума при действии реальной электромагнитной волны

Представим дифференциальные уравнения возмущенного движения для частиц-античастиц физического вакуума в виде [5]: $\frac{dx_n}{dt} = P_{s1} t x_1 + \dots + P_{sn} t x_n + X_s t, x_1, \dots, x_n$, $s = 1, 2, \dots, n$, где $P_{sj} \rightarrow \sum \left| -\frac{m_0c^2}{h} \right|$ — непрерывные периодические функции периода w , a , X_s — нелинейные добавки.

Уравнение первого приближения

$$\frac{dx_s}{dt} = P_{s1}x_1 + \dots + P_{sn}x_n.$$

Если все корни характеристического уравнения системы первого приближения имеют модули, меньше единицы, т. е. $\lambda_1, \dots, \lambda_n \rightarrow \frac{pc}{p^2c^2 + m_0^2c^4} \ll 1$, где p — импульс частицы, то возмущенное движение частиц-античастиц физического вакуума устойчиво. При этом физический вакуум минимизирует возбуждение электромагнитной волны магнитным полем \vec{H} , и лагранжианом $L_f = \int E^2 - H^2 dV$.

Таким образом, для устойчивости движения частиц-античастиц в вакууме при положительном возбуждении полем \vec{E} , производная $-\frac{1}{c} \frac{\partial H}{\partial t}$, отрицательна, т. е. $rot \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial H}{\partial t}$. И ввиду когерентности частиц-античастиц физического вакуума $\xi_0 = 3,8 \cdot 10^{-11}$ см и с волновой функцией ($\Psi \Psi^*$) бозе-эйнштейновского конденсата для движущегося фотона со скоростью «с» возникает противоположный импульс $-p_{вак}$, минимизирующий энергию фотона: $\varepsilon p - cp_{вак} = 0$.

И согласно условию Лоренца для электромагнитной волны, $\frac{1}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -div \vec{A}$, где φ , \vec{A} — скалярный и векторный потенциалы. Это соответствует и сверхтекучим свойствам конденсата физического вакуума.

3. О сверхтекучих свойствах электромагнитного поля

У сверхтекучей среды имеется дополнительная гидродинамическая переменная — сверхтекучая скорость v_s . Она связана с фазой волновой функции бозе-конденсата $v_s = \nabla \phi$.

При этом минимум взаимодействия сверхтекучего тока с возбуждениями

$$\sum \rho_s v_s = \sum \rho_s \frac{\hbar}{2m_0} \nabla \phi,$$

где $\nabla \phi$ — градиент волновой функции конденсата, при нарушении симметрии возбуждениями, т. е. возникновением градиента. Полагаем, пары частиц-античастиц физического вакуума с потенциалами спаривания, образующие $rot H$:

$$\sqrt{-2m_0c^2} |x| \sqrt{-2m_0c^2} e^{2iqr}, \text{ где } q = \hbar v_s \text{ в физическом вакууме.}$$

Пределы связи пар по импульсу $\nabla \vec{K}$, $\vec{K} = \frac{2\hbar w}{c}$.

В электромагнитном поле существует четырехмерный вектор-потенциал \vec{A} , циркуляция которого вдоль замкнутого контура при его деформации остается неизменной, а сам вектор A^v представляет линейную комбинацию сверхтекучей и возбужденной компонент, т. е. $rot H$ и E .

Сверхтекучая и возбужденная компоненты взаимодействуют между собой и могут пе-

переходить друг в друга ($rot\vec{H}$ и $\frac{\partial E}{\partial t}$).

Для A^λ сохранение циркуляции вдоль пространственно-подобного контура

$$\oint \partial_\nu A_\lambda - \partial_\lambda A_\nu df^{\lambda\nu} = const.$$

Если в какой-либо момент времени t_0 : $\partial_\nu A_\lambda - \partial_\lambda A_\nu = 0$, то это и во все последующие моменты времени.

Для тензора T_{ik} электромагнитного поля, как известно [2], вводится 4-тензор момента импульса, выраженный через 4-импульс

$$M_{ik} = \int x_i dP_k - x_k dP_i = -\frac{i}{c} \int x_i T_{kl} - x_k T_{il} dS_l.$$

Таким образом, добавим, вследствие свойств сверхтекучести ЕМ-поля: $\frac{\partial}{\partial x_l} x_i T_{kl} - x_k T_{il} = 0$, и $T_{ik} = T_{ki}$.

Циркуляция сверхтекучего импульса P^ν вдоль замкнутого пространственно-подобного контура, образованного элементами сверхтекучей компоненты, не изменяется при движении контура, т. е. $v^\nu \partial_\lambda \oint P^\lambda dl_\lambda = v^\nu \partial_\nu \oint \partial_\mu P_\lambda - \partial_\lambda P_\mu df^{\lambda\mu} = 0$.

Магнитное поле \vec{H} , $\oint \vec{H} df = 0$, т. е. сверхтекучий ток спаренных частиц-античастиц конденсата физического вакуума и взаимодействует с нарушившим симметрию \vec{E} полем, т. е. $rot\vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t}$, $\frac{Dv_s}{Dt} = -\nabla^{\mu\mu}$, где $\nabla^{\mu\mu}$ — хипотенциал.

Таким образом, физическому вакууму энергетически выгодно минимизировать возбуждения сверхтекучими квазичастицами, чем разрывать e^-e^+ -пары с энергией связи $V = |-2m_0c^2|$.

4. О магнитном поле

\vec{H} — поле обладает потенциальной энергией, т. е. хипотенциалом $\nabla^{\mu\mu}$, благодаря существованию пар сконденсированных частиц-античастиц (e^-e^+), которые соединены потенциалом спаривания, $V = \left\{ |-2m_0c^2| + \frac{\hbar k q}{2m_0} \right\}$, где $\frac{\hbar q}{2m_0} = v_s$ — сверхтекучая скорость.

Магнитное поле \vec{H} — это смещенные (e^-e^+)-пары, $-2m_0c^2 \leftrightarrow -2m_0c^2$, которые переходят во вращение с минимальным квантовым числом j .

Магнитное поле \vec{H} увеличивает плотность возбужденных (e^-e^+)-пар конденсата, $\rho_2 f t_2 \rightarrow \rho_1 f t_1$ и волновую функцию $\nabla\lambda \Psi\Psi^*$.

И спаренные частицы-античастицы конденсата (e^-e^+) вращаются: $rot\vec{H} = |-2m_0c^2| |\omega\vec{x}|$ с частично смещенными координатами.

Энергия вращения минимальна с квантовым числом j по сравнению с вибрационными частотами, т. е. с осевыми смещениями.

Добавим, согласно [1], для полной вероятности магнитормозного излучения фотона электроном e^- по теории возмущений $dw = 2\pi |V_{fi}|^2 S E_i - E_f - w \frac{d^3k}{2\pi^3}$, где V_{fi} — матричный элемент тока перехода, т. е. потенциальной энергии при взаимодействии e^- с \vec{H} :

$$V_{fi} = e \sqrt{\frac{2\pi}{\hbar w}} \langle f(Q(t)) | e^{iwt} \rangle$$

где $Q(t)$ — гейзенберговский оператор.

Образование (e^-e^+)-пар фотоном в \vec{H} -поле [1, с.429], которое, как видно, представляет собой связанные частицы-античастицы физического вакуума, т. е. эфир по Максвеллу.

Таким образом, магнитное поле $rot\vec{H}$ — это сконденсированные $\sum e^-e^+$ -пары физического вакуума с моментом вращения и частичным смещением по координатам, т. е.

$$rot\vec{H} = \sum \left\{ \left| -2m_0c^2 + \frac{\hbar k q}{2m_0} \right\} \omega x \vec{r}, \text{ где } \frac{\hbar q}{2m_0} = v_s \text{ — сверхтекучая скорость.}$$

При этом, окружное и осевое возбуждение имеют квантовые числа j и k .

Выводы

Д. К. Максвелл в своих работах делает вывод о распространении возмущений в мировом эфире. «Действительно, — пишет Максвелл, — если вообще энергия передается от одного тела к другому не мгновенно, а за конечное время, то должна существовать среда, в которой она временно пребывает, оставив первое тело и не достигнув второго. Поэтому теории должны привести к понятию среды, в которой и происходит это распространение».

И мы в изложенной работе приводим дополнения к свойствам физического вакуума.

Л и т е р а т у р а :

1. Ландау Л. Д. и Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т.4. Квантовая электродинамика. /В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский./ — М.: Наука, 1980.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. — М.: Наука, 1988.
3. Савельев И. В. Основы теоретической физики. Т.1. Механика и электродинамика. — М.: Наука, 1975.
4. Буланов С. С., Нарожный Н. Б., Мур В. Д., Попов В. С. О рождении электрон-позитронных пар электромагнитными импульсами. // ЖЭТФ. — 2006. — Т.129, Вып. 1. — С. 14–29.
5. Малкин И. Г. Теория устойчивости движения. — М.-Л., ГИТЛЛ, 1952.
6. Халатников И. М. Теория сверхтекучести. — М.: Наука, 1971.
7. Соколов А. А., Тернов И. М., Жуковский В. Ч. Квантовая механика. — М.: Наука, 1979.
8. Кейн Г. Современная физика элементарных частиц. / Пер. с англ. — М.: Мир, 1990.

Статья поступила в редакцию 24.05.2010 г.

Beltzov R. I., Fedotkin I. M.

To physics of the Maxwell's electromagnetic equation

The equations of an electromagnetic field by Maxwell are investigated. It is studied the interaction of the real photons with the stability movement of the symmetrised particles-antiparticles pairs of boze-condensate in physical vacuum. The existence of superfluid properties of environment for the Maxwell's equations is proved.

Keywords: physical vacuum, electron, positron, superfluidity.