Основания физики

УДК 524.827+531.51+530.12+530.16+535.14+537.8+539.17

Олейник В.П.

ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ И КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПО ИНЕРЦИИ

О физической природе силы, регистрируемой в опыте Кавендиша

Институт высоких технологий
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко
ул. Владимирская, 64, Киев, 01601, Украина
e-mail: valoleinik@gmail.com

Показано, что закон всемирного тяготения несовместим с уравнениями движения в механике Ньютона. Выведены условия внутренней непротиворечивости механики, из которых следует, что классическая частица, покоящаяся в инерциальной системе отсчета или движущаяся в ней равномерно и прямолинейно, не может создать в окружающем пространстве никакого силового поля. Из анализа решения обратной задачи динамики двухчастичной системы в рамках Ньютоновской схемы механики видно, что классические частицы, входящие в эту систему, не могут служить материальными носителями силового поля, способного играть роль поля тяготения. Общепринятое представление о том, что классическая частица, имеющая массу, порождает поле тяготения, которое может действовать на соседние частицы как внешнее поле, лишено основания. Теория гравитации, основанная на законе всемирного тяготения, представляет собой не более чем математическую схему, которая не раскрывает физический механизм явления гравитации. Причина состоит в том, что в механике Ньютона выпали из поля зрения ускоренные движения частиц по инерции, которые и обеспечивают особый вид самоорганизации физической системы благодаря действию на частицы сил инерции.

Согласно общепринятым представлениям, сила взаимодействия между материальными телами, регистрируемая в опытах Кавендиша, является кулоновской силой. Как видно из результатов данной работы, кулоновской силы как внешней силы, носителем которой являются классические частицы, не существует в природе. Получено выражение для силы взаимодействия между частицами двухчастичной системы, находящейся в состоянии ускоренного движения по инерции. Рассмотрен случай, когда траекторией движения частицы является эллипс с малым эксцентриситетом e. Показано, что указанная сила отличается от кулоновской силы малыми поправками порядка e. Взаимное притяжение материальных тел в опытах Кавендиша представляет собой макроскопическое проявление криволинейного движения по инерции частиц, составляющих материальные тела.

Ключевые слова: ускоренные (криволинейные) движения по инерции, внутренняя противоречивость классической механики, несовместимость закона Кулона с динамическим принципом, опыты Кавендиша.

1. Введение

Закон всемирного тяготения и закон Кулона для электрически заряженных частиц относят к числу фундаментальных физических законов. Их место в современной физической картине мира определяется тем, что без первого из них невозможно понять явление гравитации, а без второго невозможно описать и объяснить электромагнитное взаимодействие. По этой причине и особенно в связи с тем, что до сих пор «никто не смог описать механизм, скрытый за законом тяготения» [1], указанные законы необходимо подвергнуть глубокому и всестороннему критическому анализу.

Ввиду того, что закон тяготения и закон Кулона дают одинаковую функциональную зависимость силы взаимодействия между телами от расстояния между ними, их можно рассматривать как единый кулоновский закон для частиц, обладающих гравитационными зарядами (массами) или электрическими зарядами. В дальнейшем речь будет идти, главным образом, о законе всемирного тяготения, хотя все, что будет сказано о тяготении, нетрудно переформулировать на случай электрического поля.

В настоящей работе исследуется проблема несовместимости закона всемирного тяготения с динамическим принципом механики Ньютона. Согласно общепринятым физическим представлениям, классическая частица, обладающая массой, порождает в окружающем пространстве силовое поле, которое и является полем тяготения, действующим на другие частицы как внешнее силовое поле. Математическим выражением указанных представлений служит теорема Гаусса для напряженности поля тяготения, из которой видно, что плотность массы классической частицы является стоком поля напряженности. Казалось бы, на основании теоремы Гаусса можно утверждать, что классическая частица, обладающая массой, является материальным носителем гравитационного поля и, следовательно, положив в основу теории гравитации теорему Гаусса, мы получаем объяснение физической природы тяготения. Этот вывод не согласуется, однако, со вторым законом Ньютона, из которого следует, что если выполняется закон всемирного тяготения, то частица, покоящаяся в инерциальной системе отсчета (ИСО) или движущаяся в ней равномерно и прямолинейно, не может создать никакого силового поля.

Внутренняя непротиворечивость относится к наиболее важным требованиям, предъявляемым к любой физической теории. Это требование заключается в том, что физические принципы, составляющие фундамент теории, должны образовывать логически последовательную систему основных положений, согласованных между собой. Исследование проблемы внутренней непротиворечивости физических теорий представляется особенно важным в наше время, когда обнаружилось, что современная теоретическая физика, несмотря на изощренную математическую красоту, логическую стройность и последовательность ее построений, способна описать и объяснить лишь очень малую часть Вселенной. Еще полвека назад, анализируя трудности квантовой электродинамики, П.А.М. Дирак писал: «**Правильный вывод состоит в том, что основные уравнения неверны. Их нужно очень существенно изменить, с тем чтобы в теории вообще не возникали бесконечности и чтобы уравнения решались точно, по обычным правилам, без всяких трудностей. Это условие потребует каких-то очень серьезных изменений: небольшие изменения ничего не дадут …**» (см. [2], с.197). К сожалению, Дирак не оставил конкретных указаний относительно направления, в котором должна развиваться теоретическая физика, чтобы устранить имеющиеся затруднения. Анализ внутренних противоречий теории заслуживает особого внимания. Он как раз и позволяет выявить наиболее уязвимые места теории, требующие существенных изменений.

Результаты исследований, изложенные в настоящей работе и в работах [3–15], указывают на главную причину серьезных трудностей, переживаемых ныне теоретической физикой. Она состоит в том, что **фундамент теоретической физики составляет Ньютоновская схема механики, которая не только существенно не полна, но и является внутренне противоречивой. Неполнота следует из того, что из поля зрения механики выпадает огромный класс движений — криволинейные (ускоренные) движения по инерции, а внутренняя противоречивость выражается в несовместимости кулоновского закона действия силы между частицами с динамическим принципом механики**. Указанная несовместимость свидетельствует о том, что до сих пор мы не понимаем достаточно глубоко физическую природу как массы, так и электрического заряда частицы и, вследствие этого, не знаем истинной причины их квантования.

Из кулоновского закона следует, что сила взаимодействия между классическими частицами зависит лишь от расстояния между ними и не зависит от состояния движения, в котором частицы находятся. Однако исследования, проведенные в работах [6, 13, 14], свидетельствуют о том, что вид закона действия силы между частицами существенно зависит от состояния относительного движения частиц, от состояния движения центра масс двухчастичной системы, а также от процессов перекачки энергии из одних степеней свободы системы в другие. Это означает, что кулоновский закон имеет заведомо феноменологический характер. Универсальность формы функциональной зависимости кулоновской силы от координат частиц вовсе не свидетельствует в пользу того, что закон Кулона является фундаментальным физическим законом. Она создает лишь иллюзию реальности, истинности описываемого им взаимодействия между частицами. В действительности же это не более чем артефакт, обусловленный тем, что используется формальный метод исследования взаимодействия между частицами, который оказывается не адекватным физической реальности.

Принято считать, что сила взаимодействия между материальными телами, которая регистрируется в опытах Кавендиша, является кулоновской силой. Из результатов данной работы следует, что кулоновской силы как внешней силы, носителем которой являются классические частицы, не существует в природе. Взаимное притяжение макроскопических тел в опытах Кавендиша объясняется криволинейными движениями по инерции частиц, из которых состоят тела.

Перечислим основные результаты, изложенные в последующих разделах работы.

В разделе 2 рассматривается общепринятая теоретическая схема, описывающая гравитационное притяжение частиц. В ее основе лежит гипотеза, согласующаяся с динамическим принципом механики Ньютона. Согласно последнему, единственной причиной ускорения материального тела может быть только действие на него со стороны окружающих тел, трактуемое как действие некоторого внешнего поля. В соответствии с динамическим принципом предполагается, что классическая частица, обладающая массой, выступает в качестве силового центра, который порождает в окружающем пространстве силовое поле, действующее на окружающие тела как внешнее поле, притягивающее их к частице.

Раздел 3 посвящен анализу проблемы непротиворечивости Ньютоновской схемы механики. Показано, что имеется несоответствие между законом всемирного тяготения и уравнениями движения механики. Из вида закона всемирного тяготения следует, что этот закон не накладывает каких-либо ограничений на состояния движения взаимодействующих между собой частиц. Поэтому он должен быть справедливым и для частиц, движущихся произвольным образом. Однако простая проверка показывает, что закон всемирного тяготения противоречит уравнениям движения механики, если частицы в инерциальной системе отсчета покоятся или движутся равномерно и прямолинейно. Указанное несоответствие исчезает, очевидно, если потребовать, чтобы для каждой пары взаимодействующих между собой частиц закон всемирного тяготения выполнялся совместно с динамическим принципом. Сформулированное требование представляет собой необходимое условие внутренней непротиворечивости Ньютоновской схемы механики. Из него следует вывод, который был сформулирован еще в работе [3]: **классическая частица, покоящаяся или движущаяся равномерно и прямолинейно в некоторой ИСО, не может в принципе породить гравитационное поле в окружающем пространстве**.

Из закона всемирного тяготения выведена система уравнений для напряженности гравитационного поля, порождаемого классической частицей. Условие совместимости закона всемирного тяготения и динамического принципа сводится к решению задачи о поведении классической частицы, масса которой совпадает с приведенной массой μ системы двух частиц, в силовом поле, задаваемом законом всемирного тяготения. Согласно уравнению движения для частицы μ, в пространственной области, в которой перемещается частица, отсутствуют источники и стоки указанного силового поля.

В разделе 4 дан анализ решений уравнений движения для системы двух частиц, взаимодействующих между собой по закону всемирного тяготения, и упомянутых выше уравнений для напряженности гравитационного поля. Рассмотрена также обратная задача динамики: найти силу взаимодействия между частицами двухчастичной системы, зная законы сохранения энергии и момента импульса и уравнение траектории движения частицы массой μ. Подробно исследован частный случай, когда траекторией движения частицы является эллипс, эксцентриситет e которого мал: $e \ll 1$. Показано, что при движении частицы μ по эллипсу величина R ($R = |\vec{R}|$, $\vec{R}$–радиус-вектор частицы μ) изменяется таким образом, что напряженность гравитационного поля, определяемого законом всемирного тяготения, не имеет ни источников, ни стоков во всей области изменения радиуса-вектора $\vec{R}$, отвечающей перемещению частицы по траектории.

Эти результаты означают, что классическая частица, подчиняющаяся уравнениям движения механики, не может создавать внешнее силовое поле, способное играть роль гравитационного поля. **Требование совместимости закона всемирного тяготения с динамическим принципом разрушает, таким образом, общепринятое представление о том, что классическая частица является материальным носителем гравитационного поля**, которое взаимодействует со всеми остальными частицами как внешнее силовое поле. Проведенный нами анализ показывает, что двухчастичную систему невозможно описать в терминах силовых полей, порождаемых самими частицами. В этих условиях единственная возможность описать притяжение частиц состоит в том, чтобы ввести силовое поле как сторонний элемент по отношению к частицам. Закон всемирного тяготения и является практической реализацией такой возможности: сила, определяемая законом тяготения, не порождается классическими частицами, а задается как сторонняя сила, действующая на частицы извне.

Вывод, следующий из полученных результатов, можно выразить так: общепринятая теория гравитации представляет собой математическую схему, которая не раскрывает физической природы гравитации. Закон всемирного тяготения не является фундаментальным, он имеет заведомо феноменологический характер. Его использование оправдывается лишь тем, что в задаче двух взаимодействующих тел он приводит к случайным совпадениям — к числам, совпадающим с опытными данными.

Причина неудачи Ньютоновской схемы механики с объяснением гравитации очевидна: неудача обусловлена тем, что в механике Ньютона не принимаются во внимание криволинейные движения по инерции, которые ответственны за самоорганизацию физической системы. Система двух классических частиц представляет собой простейший пример особой самоорганизации физической системы, которую невозможно понять и объяснить на языке вынужденных ускоренных движений. Решение задачи о гравитационном взаимодействии на основе расширенной схемы механики, в которой учитываются криволинейные движения по инерции, дано в разделе 5, где используется метод обратной задачи динамики.

Сила притяжения $\vec{F}$ между частицами двухчастичной системы определена из двух условий: 1) криволинейное движение частиц является движением по инерции в слабом смысле и 2) траекторией движения частицы массой μ является эллипс с малым эксцентриситетом e, $e \ll 1$. Согласно полученным результатам, сила притяжения не является центральной. Ее поступательная (F_{1R}) и вращательная $(F_{1\varphi})$ компоненты даются равенствами:

$$F_{1R} = c_1 \frac{1}{R^2} g(R), \quad F_{1\varphi} = c_2 e \sin\varphi F_{1R}, \; g(R) = 1 - 2e\cos\varphi,$$

где c_1 и c_2 – постоянные; R и φ — полярные координаты радиуса-вектора $\vec{R}$, который представляет собой относительный радиус-вектор частиц в двухчастичной системе. Как видно из приведенных формул, при $e \ll 1$ различие между ними и формулами закона всемирного тяготения составляет малую величину порядка e. Силу притяжения мы получили, таким образом, как следствие криволинейного движения частиц по инерции. Функциональная зависимость радиальной компоненты силы от R мало отличается от аналогичной зависимости силы в законе всемирного тяготения, а вращательная компонента силы мала по сравнению с поступательной.

В разделе 6 формулируются основные результаты и выводы работы.

2. Закон всемирного тяготения. Общепринятый подход

Цель данного раздела — напомнить общепринятые представления о гравитационном поле, выделив те из них, которые оказываются наиболее существенными при анализе проблемы непротиворечивости классической механики. Необходимость проведения подобного анализа обусловлена тем, что физическая природа гравитационного взаимодействия до сих пор остается неизвестной [1].

Согласно общепринятым представлениям (см., напр. [16-19]), классическая точечная частица, обладающая массой (т.е. материальная точка), порождает в окружающем пространстве силовое поле, называемое гравитационным полем или полем тяготения. Если частица массой m ($m = const$) покоится в начале системы координат, связанной с некоторой инерциальной системой отсчета (ИСО) (назовем ее системой отсчета S), то порождаемое ею гравитационное поле действует на пробную частицу массой m', расположенную в точке A с радиусом-вектором $\vec{r}$, $\vec{r} \neq 0$, силой

$$\vec{F} = -\gamma \frac{mm'}{r^3} \vec{r} \equiv \vec{F}(\vec{r}), \tag{1}$$

где $r = |\vec{r}|$, γ — гравитационная постоянная.

Равенство (1) выражает собой закон всемирного тяготения, согласно которому сила взаимодействия между частицами является центральной. Гравитационное взаимодействие имеет универсальный характер: оно не зависит от того, в каком состоянии движения находятся взаимодействующие между собой частицы, и характеризуется тем, что величина силы взаимодействия определяется лишь расстоянием между частицами и постоянными γ, m, m'. Гравитационное поле, порождаемое частицей массой m, рассматривается как внешнее поле по отношению к частице массой m', которое действует на последнюю силой $\vec{F}$ (1). Ввиду того, что правая часть соотношения (1) симметрична относительно масс частиц m и m', можно утверждать также, что гравитационное поле, порождаемое частицей m', действует на частицу m силой $-\vec{F}$, играющей роль внешней силы по отношению к частице m.

Вычислим работу dA, совершаемую силой $\vec{F}$ над частицей m' при перемещении последней вдоль траектории движения на $d\vec{r}$:

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = -dU, \tag{2}$$

$$U = -\gamma \frac{mm'}{r} \equiv U(r). \tag{3}$$

Здесь U – потенциальная энергия, которой обладает частица массой m', находящаяся на расстоянии r от частицы m, в гравитационном поле, создаваемом частицей m. Величину U можно рассматривать также как энергию гравитационного взаимодействия частиц m и m', находящихся на расстоянии r друг от друга. Как видно из (2), работа, совершаемая силой $\vec{F}$ над частицей при ее перемещении на $d\vec{r}$ вдоль траектории, равна убыли потенциальной энергии частицы. Величина работы, производимой силой $\vec{F}$ над частицей, не зависит от формы траектории, т.е. сила $\vec{F}$ (1) является консервативной. Она связана с потенциальной энергией U равенством:

$$\vec{F} = -\nabla U. \tag{4}$$

Согласно динамическому принципу механики, если на частицу массой m' действует внешняя сила $\vec{F}$, то частица движется по траектории $\vec{r} = \vec{r}(t)$ с ускорением $\ddot{\vec{r}}$, которое определяется из уравнения движения

$$\vec{F} = m'\ddot{\vec{r}}. \tag{5}$$

Подставляя (5) в выражение (2) для работы dA, получаем:

$$dA = m'\vec{v}d\vec{v} = dK, \quad K = m'\vec{v}^2 / 2, \tag{6}$$

где $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$, K – кинетическая энергия частицы массой m'. Согласно (6), работа внешней силы идет на приращение кинетической энергии частицы. Комбинируя соотношения (6) и (2), получаем закон сохранения полной механической энергии E частицы массой m', движущейся в гравитационном поле, создаваемом частицей массой m:

$$d(K+U) = 0, \quad K+U \equiv E = const. \tag{7}$$

Согласно (6), (2) и (7), внешняя сила $\vec{F}$ (1), совершая работу над частицей, увеличивает кинетическую энергию частицы за счет соответствующего уменьшения ее потенциальной энергии, так что полная энергия частицы остается неизменной.

Потенциал φ и напряженность $\vec{G}$ поля, создаваемого частицей m в точке A, в которой расположена пробная частица m', определяем, как обычно, формулами: $\varphi = U/m'$, $\vec{G} = \vec{F}/m'$. Учитывая соотношения (1) и (3), получаем (при $\vec{r} \neq 0$):

$$\varphi = -\gamma \frac{m}{r} \equiv \varphi(r), \quad \vec{G} = -\gamma \frac{m}{r^3}\vec{r} \equiv \vec{G}(\vec{r}). \tag{8}$$

Поле напряженности $\vec{G} = \vec{G}(\vec{r})$ (8) является сферически симметричным; его силовые линии идут из точек на бесконечности к точке $\vec{r} = 0$, в которой расположена частица. В окрестности этой точки образуется веер силовых линий, направленных в радиальном направлении к точке $\vec{r} = 0$. Отметим, что из определения напряженности $\vec{G}$ и уравнения движения (5) следует соотношение: $\vec{G}(\vec{r}) = \ddot{\vec{r}}$.

В силу (4) напряженность $\vec{G}$ и потенциал φ поля, создаваемого частицей, связаны между собой равенством

$$\vec{G} = -\nabla\varphi. \tag{9}$$

Действуя на обе части равенства (9) оператором набла ∇ и используя соотношение (см. [17], с.120)

$$\nabla^2 \frac{1}{r} = -4\pi\delta(\vec{r}), \qquad (10)$$

получаем следующие уравнения для напряженности $\vec{G}(\vec{r})$ и потенциала $\varphi(\vec{r})$:

$$\nabla\vec{G}(\vec{r}) = -4\pi\gamma\rho(\vec{r}), \quad [\nabla\vec{G}(\vec{r})] = 0, \quad \nabla^2\varphi(\vec{r}) = 4\pi\gamma\rho(\vec{r}). \qquad (11)$$

Выше использованы обозначения: $\delta(\vec{r})$ — δ-функция Дирака, $\rho(\vec{r}) = m\delta(\vec{r})$ – плотность массы частицы массой m, локализованной в точке $\vec{r} = 0$. Из первого и второго уравнений (11) видно, что поле $\vec{G} = \vec{G}(\vec{r})$ является потенциальным. Первое из уравнений (11) представляет собой теорему Гаусса: оно указывает, что с точностью до постоянного множителя плотность массы частицы $\rho = \rho(\vec{r})$ служит стоком поля вектора напряженности $\vec{G}$. Последнее же из уравнений (11) является уравнением Пуассона для потенциала $\varphi(\vec{r})$ поля, порождаемого частицей с плотностью массы $\rho(\vec{r})$.

Заметим, что функция $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r})$ (1) и потенциальная энергия $U = U(r)$ (3) определены лишь при $\vec{r} \neq 0$. Поэтому, строго говоря, первое и третье из уравнений (11) следовало бы записывать в виде: $\nabla\vec{G}(\vec{r}) = 0, \quad \nabla^2\varphi(\vec{r}) = 0$ при $\vec{r} \neq 0$. Как видно из изложенного выше, **уравнения (11) являются следствием закона всемирного тяготения (1), если область применимости последнего дополнить точкой $\vec{r} = 0$ и использовать соотношение (10)**. Расширив указанным выше способом область определения функций $\varphi = \varphi(r)$ и $\vec{G} = \vec{G}(\vec{r})$, мы получаем уравнения

$$\nabla\vec{G}(\vec{r}) = -4\pi\gamma\rho(\vec{r}), \quad \nabla^2\phi(\vec{r}) = 4\pi\gamma\rho(\vec{r}),$$

в правые части которых входит плотность массы частицы $\rho(\vec{r}) = m\delta(\vec{r})$. Эти уравнения служат формальным основанием для того, чтобы поле, описываемое напряженностью $\vec{G}(\vec{r})$ и потенциалом $\varphi(\vec{r})$, интерпретировать как силовое поле, порождаемое частицей массой m. **Уравнения (11) выражают на языке математики физическую идею (гипотезу) о том, что классическая частица, обладающая массой, порождает в окружающем пространстве гравитационное поле**, которое может действовать на соседние частицы как внешнее силовое поле.

Соотношения (1)–(9) и (11) составляют основу математической схемы, описывающей явление тяготения. Следует подчеркнуть, что в механике Ньютона закон действия силы (1) является гипотезой. Уравнения (11) не раскрывают физической природы гравитационного поля, не определяют те физические процессы, которые приводят к возникновению этого поля. Физическая сущность явления, описываемого формулами (1)–(9), (11), остается неизвестной. Наша задача — найти ответы на эти вопросы, установив тем самым физическую природу гравитации.

Согласно (3), зависимость потенциальной энергии частицы от r имеет вид бесконечно глубокой потенциальной ямы. Отметим, что в Ньютоновской схеме механики потенциальные ямы играют фундаментальную роль, поскольку они позволяют получить обширный класс финитных движений частицы. Именно благодаря потенциальным ямам становится возможным образование устойчивых многочастичных структур в виде атомов и молекул.

Отметим, что формулу (10) можно получить из разложения функции $1/r$ в интеграл Фурье: $\frac{1}{r} = \frac{1}{2\pi^2}\int d\vec{k}\,\frac{1}{\vec{k}^2}\exp(i\vec{k}\vec{r})$. Действуя на обе части последнего равенства оператором ∇^2 и используя известное представление $\delta-$функции: $\delta(\vec{r}) = (2\pi)^{-3}\int d\vec{k}\exp(i\vec{k}\vec{r})$, приходим к искомому равенству (10).

3. Условие согласования закона всемирного тяготения и динамического принципа

Необходимым условием справедливости любой физической теории является ее внутренняя непротиворечивость, т.е. согласованность физических принципов, лежащих в ее основе.

Проанализируем закон всемирного тяготения с точки зрения его совместимости с динамическими уравнениями механики, которым классические частицы обязаны подчиняться и в том случае, если их движение происходит в соответствии с законом всемирного тяготения. Согласно второму закону Ньютона (5), внешняя сила $\vec{F}$, действующая на частицу m', сообщает ей ускорение $\vec{a}'$, $\vec{a}' = \ddot{\vec{r}} = \vec{F}/m'$. Если сила $\vec{F}$ определяется формулой (1), то $\vec{a}' = \vec{G} \neq 0$ (см. (8)). С другой стороны, однако, если рассматриваемая нами частица m' покоится, т.е. $\vec{r} = const$, то согласно (5) $\vec{a}' = \ddot{\vec{r}} = 0$. Значит, вопреки формуле (1), но в согласии с формулой (5) сила, действующая на покоящуюся частицу m', равна нулю. Аналогичным образом, сила $-\vec{F}$, действующая на частицу m со стороны гравитационного поля, порождаемого частицей m', сообщает частице m ускорение $\vec{a}$, $\vec{a} = -\vec{F}/m \neq 0$. **Возникает, таким образом, несоответствие между законом всемирного тяготения (1) и формулой (5), которая в механике Ньютона выражает собой динамический принцип, утверждающий, что внешняя сила является причиной ускорения частицы.**

Прежде чем продолжить исследование, вернемся к предыдущему разделу и обратим внимание на следующее обстоятельство. Мы исходили из **статических представлений**: в начале координат инерциальной системы отсчета S покоится частица массой m; в точке A располагается пробная частица массой m'; по предположению, между ними имеется силовое взаимодействие, описываемое формулой (1). Оказывается, однако, что **подобная статическая картина не соответствует реальности**. В самом деле, если одна из частиц рассматриваемой нами двухчастичной системы покоится в начале координат системы отсчета S, то в силу того, что в соответствии с (1) на частицу действует сила, начало координат системы отсчета S движется с ускорением, т.е. S–система является заведомо неинерциальной. Как видим, в силу динамического принципа механики классические частицы, подчиняющиеся закону всемирного тяготения, не могут в принципе покоиться в инерциальной системе отсчета. Они обязаны перемещаться с ускорениями, определяемыми уравнениями движения. **Картина гравитационного взаимодействия между частицами имеет, таким образом, существенно динамический характер**.

Возникает затруднение, которое состоит в следующем. При получении уравнений (11) мы воспользовались законом всемирного тяготения, не принимая во внимание динамический принцип механики. Первое из уравнений (11) указывает на то, что классическая частица массой m порождает в окружающем пространстве гравитационное поле с напряженностью $\vec{G} = \vec{G}(\vec{r})$ (8). Это поле действует на пробную частицу m', помещенную в точку с радиусом-вектором $\vec{r}$, силой $m'\vec{G}(\vec{r})$, которая не зависит от состояния движения частицы m'. Но этот вывод противоречит уравнениям движения (5).

Чтобы выявить физические следствия, вытекающие из обнаруженного нами несоответствия между законом всемирного тяготения и динамическим принципом механики, рассмотрим систему двух частиц в общем виде, не связывая положение какой-либо из частиц с началом координат ИСО. Пусть частицы 1 и 2 имеют массы m_1 и m_2, и положение частиц определяется радиусами-векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$. Закон всемирного тяготения можно записать в виде (ср. с (1)):

$$\vec{F}_{12} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \quad \vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}, \tag{12}$$

где $\vec{F}_{ik}$ — сила, действующая на частицу i со стороны частицы k, $i \neq k$, $\vec{r}_1 - \vec{r}_2 \neq 0$. Равенство $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$, означает, что рассматриваемая нами двухчастичная система является замкнутой.

Поскольку силы $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{21}$ в (12) рассматриваются как действующие на частицы внешние силы, то в соответствии с динамическим принципом механики эти силы вызывают ускорения частиц, определяемые равенствами:

$$\vec{F}_{12} = m_1 \ddot{\vec{r}}_1, \quad \vec{F}_{21} = m_2 \ddot{\vec{r}}_2. \tag{13}$$

Из требования, чтобы закон всемирного тяготения не противоречил динамическому принципу, вытекает следующий вывод: **соотношения (12) должны выполняться одновременно с уравнениями движения (13) в каждый момент времени** t. Это значит, что для исследования гравитационного взаимодействия нужно обратиться к классической проблеме двух тел, взаимодействующих между собой по закону (12). Как видно из (12) и (13), **частицы, связанные между собой гравитационными силами, в любой ИСО движутся ускоренно; формула (12) неверна как для покоящихся частиц, так и для частиц, движущихся равномерно и прямо-**

линейно. В самом деле, если, например, частица 1 покоится, т.е. $\vec{r}_1 = const$, то получаем противоречие: согласно (12) $\vec{F}_{12} \neq 0$, а согласно (13) $\vec{F}_{12} = 0$. Поскольку в замкнутой двухчастичной системе ускорения частиц связаны между собой равенством $m_1\ddot{\vec{r}}_1 + m_2\ddot{\vec{r}}_2 = 0$, то при $\ddot{\vec{r}}_2 \neq 0$ получаем: $\ddot{\vec{r}}_1 = -(m_2/m_1)\ddot{\vec{r}}_2 \neq 0$.

Важное физическое следствие, вытекающее из совместного рассмотрения закона всемирного тяготения и динамического принципа механики, можно сформулировать следующим образом: **классическая частица, находящаяся в состоянии поступательной инерции в любой ИСО, в принципе не может породить никакого силового поля**. Иными словами, не существует гравитационного поля, которое порождается классической частицей, покоящейся или движущейся равномерно и прямолинейно в ИСО.

Выведем систему уравнений для напряженности гравитационного поля, исходя из предположения, что закон всемирного тяготения справедлив, и учитывая требование, чтобы этот закон не противоречил динамическому принципу классической механики.

Обозначим через $\vec{G}_i(\vec{r})$ и $\varphi_i(\vec{r})$ напряженность и потенциал поля, создаваемого классической частицей i (обладающей массой m_i и находящейся в точке с радиусом-вектором $\vec{r}_i = \vec{r}_i(t)$) в точке с радиусом-вектором $\vec{r}$. Согласно закону всемирного тяготения (12),

$$\vec{G}_i(\vec{r}) = -\gamma m_i \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} = -\nabla\varphi_i(\vec{r}), \quad \varphi_i(\vec{r}) = -\gamma m_i \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}. \qquad (14)$$

Действуя на соотношения (14) оператором набла ∇ и используя равенство (10), получаем следующие уравнения для напряженности $\vec{G}_i(\vec{r})$ и потенциала $\varphi_i(\vec{r})$ (ср. с (11)):

$$\nabla\vec{G}_i(\vec{r}) = -4\pi\gamma\rho_i(\vec{r},t), \quad [\nabla\vec{G}_i(\vec{r})] = 0, \quad \nabla^2\varphi_i(\vec{r}) = 4\pi\gamma\rho_i(\vec{r},t). \qquad (15)$$

Выше использованы обозначения: $\rho_i(\vec{r},t) = m_i\delta(\vec{r} - \vec{r}_i(t))$ - плотность массы частицы массой m_i, $\vec{r}_i = \vec{r}_i(t)$. Решение уравнения Пуассона (15) для потенциала $\varphi_i(\vec{r})$ можно представить в виде:

$$\varphi_i(\vec{r}) = -\gamma \int d\vec{r}'\rho_i(\vec{r}',t)/|\vec{r} - \vec{r}'|. \qquad (16)$$

Далее введем обозначения: $\vec{r} - \vec{r}_i(t) = \vec{R}_i(t)$, $\dot{\vec{r}}_i(t) = \vec{v}_i = \vec{v}_i(t)$, $m_i\vec{v}_i(t)\delta(\vec{r} - \vec{r}_i(t)) = \vec{j}_i(\vec{r},t)$, $\vec{j}_i(\vec{r},t)$ — плотность потока массы частицы i, и вычислим производную по времени функции $\rho_i(\vec{r},t)$, которую будем рассматривать как сложную функцию времени: $\rho_i(\vec{r},t) = m_i\delta(\vec{R}_i(t))$. Имеем:

$$\partial\rho_i(\vec{r},t)/\partial t = -\vec{v}_i(t)\partial(m_i\delta(\vec{R}_i(t))/\partial\vec{R}_i(t) = -\partial\, m_i\vec{v}_i(t)\delta(\vec{r} - \vec{r}_i(t))\,/\partial\vec{r} = -\nabla\vec{j}_i(\vec{r},t).$$

Последнее равенство, представляющее собой уравнение непрерывности для плотностей массы и потока массы классической частицы массой m_i, можно записать в привычной форме:

$$\partial\rho_i(\vec{r},t)/\partial t + \nabla\vec{j}_i(\vec{r},t) = 0. \qquad (17)$$

Одним из следствий уравнения непрерывности (17) является сохранение массы частицы: $m_i = \int d\vec{r}\rho_i(\vec{r},t) = const$ (в последнем интеграле подразумевается интегрирование по объему всего пространства).

Если вычислить частную производную по времени от обеих частей первого из равенств (14) и использовать равенства (16) и (17), то элементарные преобразования приводят к следующему выражению:

$$\partial\vec{G}_i(\vec{r})/\partial t = 4\pi\gamma\,\vec{j}_{i\parallel}(\vec{r},t), \qquad (18)$$

где $\vec{j}_{i\parallel}(\vec{r},t)$ - потенциальная компонента вектора потока массы $\vec{j}_i(\vec{r},t)$ частицы i, т.е.

$$\vec{j}_{i\parallel}(\vec{r},t) = -\nabla(\nabla\vec{J}_i(\vec{r},t)), \quad \vec{J}_i(\vec{r},t) = (4\pi)^{-1}\int d\vec{r}'\,\vec{j}_i(\vec{r}',t)/|\vec{r} - \vec{r}'|. \qquad (19)$$

Используя последние соотношения, нетрудно получить представление:

$$\vec{j}_{i\parallel}(\vec{r},t) = -m_i\nabla(\vec{v}_i\nabla)\frac{1}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}_i|}. \qquad (20)$$

Выше, при выводе соотношений (18)-(20), мы воспользовались разложением произвольного вектора $\vec{a}=\vec{a}(\vec{r})$ на потенциальную $\vec{a}_{\parallel}(\vec{r})$ и вихревую $\vec{a}_{\perp}(\vec{r})$ компоненты: $\vec{a}(\vec{r})=\vec{a}_{\parallel}(\vec{r})+\vec{a}_{\perp}(\vec{r})$, где $\vec{a}_{\parallel}(\vec{r})=-\nabla(\nabla\vec{A}(\vec{r}))$, $\vec{a}_{\perp}(\vec{r})=[\nabla[\nabla\vec{A}(\vec{r})]]$, $\vec{A}(\vec{r})=(4\pi)^{-1}\int d\vec{r}'\,\vec{a}(\vec{r}')/|\vec{r}-\vec{r}'|$.

Мы пришли, таким образом, к следующей системе уравнений для напряженности $\vec{G}_i(\vec{r})$ гравитационного поля, создаваемого классической частицей i:

$$\nabla\vec{G}_i(\vec{r})=-4\pi\gamma\rho_i(\vec{r},t),\quad [\nabla\vec{G}_i(\vec{r})]=0,\quad \partial\vec{G}_i(\vec{r})/\partial t=4\pi\gamma\,\vec{j}_{i\parallel}(\vec{r},t). \qquad (21)$$

Из первого и второго уравнений (21) видно, что поле $\vec{G}_i$ является потенциальным, т.е. $\vec{G}_i=\vec{G}_{i\parallel}$, $\vec{G}_{i\perp}=0$. Первое из уравнений (21) представляет собой теорему Гаусса, согласно которой плотность массы частицы i с точностью до постоянного множителя служит стоком поля вектора напряженности $\vec{G}_i$. Последнее уравнение (21) связывает между собой плотность тока смещения $\partial\vec{G}_i(\vec{r})/\partial t$ с плотностью тока массы частицы i.

Уравнения (21) для гравитационного поля, порождаемого классической частицей массой m_i, получены нами, исходя из закона всемирного тяготения, область применимости которого расширена с помощью соотношения (10). В случае двухчастичной системы эти уравнения должны быть согласованы с динамическим принципом механики. Условия согласования выражаются уравнениями движения (13), которые в силу соотношений (12) и (14) можно представить в виде:

$$\ddot{\vec{r}}_1=\vec{G}_2(\vec{r}_1)=\vec{F}_{12}/m_1,\quad \ddot{\vec{r}}_2=\vec{G}_1(\vec{r}_2)=-\vec{F}_{12}/m_2. \qquad (22)$$

Из исходной системы отсчета S перейдем в систему центра масс, в которой радиусы-векторы частиц обозначим через $\vec{r}_i^{\,\prime}$ (систему центра масс назовем $S'-$системой). Учитывая равенства $\vec{r}_i=\vec{R}_C+\vec{r}_i^{\,\prime}$, получаем соотношения:

$$\vec{r}_1^{\,\prime}=\mu\vec{R}/m_1,\quad \vec{r}_2^{\,\prime}=-\mu\vec{R}/m_2, \qquad (23)$$

где использованы обозначения: $\mu=m_1m_2/(m_1+m_2)$ – приведенная масса системы частиц 1 и 2; $\vec{R}=\vec{r}_1-\vec{r}_2$ и $\vec{R}_C=\dfrac{m_1\vec{r}_1+m_2\vec{r}_2}{m_1+m_2}$ — радиус-вектор относительного движения частиц 1 и 2 и радиус-вектор центра масс рассматриваемой двухчастичной системы, соответственно. В силу (22) выполняется равенство: $\ddot{\vec{R}}_C=0$, из которого следует, что центр масс рассматриваемой системы двух частиц либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно. В дальнейшем будем считать для простоты, что $\vec{R}_C=const$ и центр масс C совпадает с началом координат S'– системы.

В соответствии с соотношениями (22) и (23), уравнения движения частиц в системе центра масс можно представить в виде (см. [3]):

$$m_1\ddot{\vec{r}}_1^{\,\prime}=\mu\ddot{\vec{R}}=\vec{F}_{12},\quad m_2\ddot{\vec{r}}_2^{\,\prime}=-\mu\ddot{\vec{R}}=-\vec{F}_{12}. \qquad (24)$$

Значит, условие согласования закона всемирного тяготения и динамического принципа состоит в том, что в системе центра масс радиусы-векторы $\vec{r}_i^{\,\prime}$ частиц рассматриваемой двухчастичной системы должны выражаться формулами (23), в которых радиус-вектор $\vec{R}$ должен подчиняться уравнению движения фиктивной частицы массой μ:

$$\mu\ddot{\vec{R}}=\vec{F}_{12}, \qquad (25)$$

где $\vec{F}_{12}=-\gamma m_1m_2\vec{R}/R^3$, $m_1m_2=\mu M$, $M=m_1+m_2$, $\vec{R}=\vec{r}_1-\vec{r}_2=\vec{r}_1^{\,\prime}-\vec{r}_2^{\,\prime}$.

Чтобы уточнить смысл уравнения движения (25), введем систему координат $\tilde{S}$, начало которой совпадает с положением частицы 2, а оси координат параллельны координатным осям исходной ИСО S. Обозначим через $\tilde{\vec{r}}_1$ и $\tilde{\vec{r}}_2$ радиусы-векторы частиц 1 и 2 в системе координат $\tilde{S}$. Очевидно, что $\tilde{\vec{r}}_1=\vec{R},\ \tilde{\vec{r}}_2=0$; система координат $\tilde{S}$ является неинерциальной, поскольку в исходной системе отсчета S частица 2 движется, в силу (22) и (23), с ускорением $\ddot{\vec{r}}_2=-\mu\ddot{\vec{R}}/m_2\neq 0$. Согласно (25), величина $\tilde{\vec{G}}_M=\vec{F}_{12}/\mu$ представляет собой напряженность силового поля, создаваемого частицей массой M в точке локализации частицы μ в системе отсчета

$\tilde{S}$. Сравнивая последнее равенство с выражениями (22), получаем следующее соотношение:

$$\ddot{\vec{G}}_M = \vec{G}_2(\vec{r}_1) - \vec{G}_1(\vec{r}_2) = -\gamma M\vec{R}/R^3 \equiv \ddot{\vec{G}}_M(\vec{R}). \quad (26)$$

Как видно из последнего равенства, напряженность силового поля в точке 1 зависит от выбора системы отсчета, относительно которой силовое поле вычисляется. Заметим, что равенство (25) представляет собой второй закон Ньютона для частицы массой μ в гравитационном поле, создаваемом частицей, масса которой равна полной массе M рассматриваемой нами системы двух частиц, причем частицы с массами μ и M являются фиктивными, их положение совпадает с положением реальных частиц с массами, соответственно, m_1 и m_2.

Отметим, что если в системе уравнений (21) выполнить замену: $\vec{G}_i \to \vec{E}_i$, $-\gamma\rho_i(\vec{r}) \to q_i\delta(\vec{r}-\vec{r}_i) \equiv \rho_i'(\vec{r})$, где $\vec{E}_i$ — потенциальная компонента электрического поля, порождаемого электрически заряженной частицей с зарядом q_i, то получим в точности вторую пару уравнений Максвелла для потенциальной компоненты электромагнитного поля, создаваемого точечным электрическим зарядом q_i [20]. Отсюда следует, что поведение гравитационного поля, создаваемого классической точечной частицей, обладающей массой, аналогично поведению потенциальной компоненты электрического поля, порождаемого точечным электрическим зарядом. Очевидно также, что закон Кулона

$$\vec{F}_{12}' = \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \quad \vec{F}_{21}' = -\vec{F}_{12}',$$

описывающий взаимодействие между точечными электрическими зарядами q_1 и q_2, обладающими массами m_1 и m_2 и локализованными в точках с радиусами-векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$, справедлив лишь в том случае, если он согласуется с уравнениями движения частиц, т.е. если выполняются соотношения (ср. с (13)): $m_1\ddot{\vec{r}}_1 = \vec{F}_{12}', \quad m_2\ddot{\vec{r}}_2 = \vec{F}_{21}'$.

Система уравнений (21) служит примером математической схемы, которая, несмотря на свои очевидные формальные достоинства, может иметь отношение к реальности лишь при выполнении специальных условий. Например, рассматриваемая здесь теория, исходящая из предположения, что имеет место закон всемирного тяготения, может быть справедливой лишь при наложении дополнительных условий связи (13), выражающих собой требование согласованности закона всемирного тяготения и уравнений движения.

Из условия согласованности закона всемирного тяготения и динамического принципа вытекает еще одно важное следствие, которое можно получить следующим образом. На обе части первого из равенств (22) подействуем оператором набла $\nabla_{\vec{r}_1}$, а на обе части второго — оператором $\nabla_{\vec{r}_2}$, где оператор $\nabla_{\vec{r}_i}$ представляет собой оператор набла, действующий на радиус-вектор $\vec{r}_i$. Учитывая, что $\nabla_{\vec{r}_i}\ddot{\vec{r}}_i = \dfrac{d^2}{dt^2}(\nabla_{\vec{r}_i}\vec{r}_i) = 0$, получаем соотношение:

$$\nabla_{\vec{r}}\vec{G}_i(\vec{r}) = \nabla_{\vec{r}}\ddot{\vec{r}} = 0, \quad i = 1,2. \quad (27а)$$

Аналогичным способом из соотношений (25) и (26) выводим:

$$\nabla_{\vec{R}}\vec{G}_M(\vec{R}) = 0. \quad (27б)$$

Сравним равенство (27а) с теоремой Гаусса (см. первое из равенств (21)). Напомним, что плотность массы частицы $\rho_i(\vec{r},t)$, стоящая в правой части теоремы Гаусса, возникает в результате расширения области применимости закона всемирного тяготения (1) путем добавления к этой области точки $\vec{r} = 0$ и использования соотношения (10). Появление величины $\rho_i(\vec{r},t)$ в теореме Гаусса давало повод трактовать поле напряженности $\vec{G}_i(\vec{r})$ (14) как поле, создаваемое частицей m_i с радиусом-вектором $\vec{r}_i$, в точках $\vec{r}$, $\vec{r} \neq \vec{r}_i$. Однако равенство (27а), вытекающее из условия совместимости закона всемирного тяготения и динамического принципа, указывает на то, что для подобной интерпретации нет основания. Из равенств (27а) и (27б) видно, что во всей области движения частиц силовое поле, определяемое законом всемирного тяготения, не имеет ни источников, ни стоков. Следовательно, указанное силовое поле является таким внешним полем, материальным носителем которого не являются классические частицы, т.е. в законе всемирного тяготения речь идет о стороннем внешнем поле неизвестной природы, которое задается феноменологически (берется с потолка).

Ранее был сделан вывод, что классическая частица, находящаяся в состоянии покоя или движущаяся равномерно и прямолинейно в некоторой ИСО, не способна порождать гравитационное поле. Теперь, на основании дополнительного исследования, мы можем утверждать, что **классическая частица, независимо от ее состояния движения, не порождает гравитационное поле**.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что упомянутое выше расширение закона всемирного тяготения и использование равенства (10) может привести к ошибочным результатам при рассмотрении динамических задач, когда необходимо обеспечить совместимость уравнений движения и закона всемирного тяготения. Как отмечалось в начале раздела, статические представления могут оказаться не адекватными физической реальности, если исследуется поведение движущихся частиц. Вместе с тем следует отметить, что использование теоремы Гаусса при решении задач электростатики оказывается очень полезным, так как приводит к упрощению расчета электростатических полей (см. [21]).

4. Решение уравнений движения. Обратная задача динамики

Перейдем к решению уравнения движения (25). Выпишем закон сохранения полной механической энергии E частицы массой μ во внешнем силовом поле $\vec{F}_{12}=-\gamma m_1 m_2\vec{R}/R^3\equiv\vec{F}(\vec{R})$ в системе отсчета $\tilde{S}$,

$$\mu\dot{\vec{R}}^2/2+U\equiv E=const,\quad U=-\gamma m_1 m_2/R, \tag{28}$$

и закон сохранения момента импульса $\vec{L}=[\vec{R},\mu\dot{\vec{R}}]$,

$$\vec{L}=L\vec{e}_z=const,\quad L=\mu R^2\dot{\varphi}. \tag{29}$$

Закон сохранения (29) вытекает из уравнения моментов $d\vec{L}/dt=\vec{M}$, где $\vec{M}$ – момент силы, $\vec{M}=[\vec{R},\vec{F}(\vec{R})]=0$. Выше использованы обозначения: R и φ — полярные координаты вектора $\vec{R}$,

$$\begin{gathered}\vec{R}=R\vec{e}_R,\quad \dot{\vec{R}}=\dot{R}\vec{e}_R+R\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi\equiv\vec{V},\quad \dot{\vec{V}}=\left(\ddot{R}-R\dot{\varphi}^2\right)\vec{e}_R+\left(2\dot{R}\dot{\varphi}+R\ddot{\varphi}\right)\vec{e}_\varphi,\\ \vec{e}_R=(\cos\varphi,\sin\varphi),\quad \dot{\vec{e}}_R=\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi,\quad \vec{e}_\varphi=(-\sin\varphi,\cos\varphi);\end{gathered} \tag{30а}$$

предполагается, что векторы $\vec{e}_R$ и $\vec{e}_\varphi$ лежат в плоскости xy, $\vec{e}_z=[\vec{e}_R\vec{e}_\varphi]$. Векторы скорости $\vec{V}$ и силы $\vec{F}$ можно записать в виде разложений:

$$\vec{V}=V_R\vec{e}_R+V_\varphi\vec{e}_\varphi,\quad \vec{F}=F_R\vec{e}_R+F_\varphi\vec{e}_\varphi. \tag{30б}$$

В силу (30а) и (30б) $V_R=\dot{R},\quad V_\varphi=R\dot{\varphi}$. В дальнейшем величины a_R и a_φ в разложении вектора $\vec{a},\ \vec{a}=a_R\vec{e}_R+a_\varphi\vec{e}_\varphi$, будем называть, соответственно, поступательной (радиальной) и вращательной компонентами вектора $\vec{a}$.

Введем в рассмотрение следующие величины:

$$\vec{L}_i'=[\vec{r}_i',m_i\dot{\vec{r}}_i'] \text{ и } K_i'=m_i(\dot{\vec{r}}_i')^2/2,$$

которые представляют собой, соответственно, момент импульса относительно центра масс и кинетическую энергию частицы i, $i=1,2$, в $S'-$системе отсчета. Прямой проверкой легко убедиться в том, что имеют место соотношения: $\vec{L}=\vec{L}',\quad K=K'$, где $\vec{L}'=\vec{L}_1'+\vec{L}_2'$ и $K'=K_1'+K_2'$ — результирующие момент импульса и кинетическая энергия рассматриваемой двухчастичной системы в $S'-$системе отсчета, $K=\mu\dot{\vec{R}}^2/2$ — кинетическая энергия частицы μ в системе отсчета $\tilde{S}$.

Используя соотношения (29) и (30а), закон сохранения энергии (28) можно представить в виде:

$$\mu\dot{R}^2/2+U_{ef}(R)=E_0,\quad E_0=const, \tag{31}$$

где $U_{ef}(R)=\dfrac{L^2}{2\mu R^2}-\gamma\dfrac{m_1 m_2}{R}$ – эффективная потенциальная энергия частицы, которая слагается из кинетической энергии вращательного движения частицы $\mu R^2\dot{\varphi}^2/2=L^2/2\mu R^2$, называемой центробежной энергией, и потенциальной энергии U частицы во внешнем поле. Функция $U_{ef}=U_{ef}(R)$ достигает минимума при $R=R_*$:

$$\min U_{ef}(R)=-\frac{L^2}{2\mu R_*^2}\equiv U_{ef}^*,\quad R_*=\frac{L^2}{\gamma\mu m_1 m_2},\tag{32}$$

причем $U_{ef}(R)=0$ при $R=R_*/2$, $U_{ef}(R)\to\infty$ при $R\to 0$ и $U_{ef}(R)\to -0$ при $R\to\infty$. Очевидно, что интересующее нас финитное движение частицы имеет место при отрицательных значениях полной механической энергии частицы, лежащих в интервале:

$$U_{ef}^*\le E_0<0\,.\tag{33}$$

Уравнение (25) эквивалентно следующей системе уравнений (используем соотношения (30a)):

$$\mu\left(\ddot R-R\varphi^2\right)=-\gamma m_1 m_2/R^2\equiv F(R),\quad \mu\left(2\dot R\varphi+R\varphi\right)=0.\tag{34}$$

В силу закона сохранения (29), имеет место равенство:

$$d\left(R^2\varphi\right)/dt=R\left(2\dot R\varphi+R\varphi\right)=0\,.$$

Значит, второе из уравнений (34) выполняется автоматически, как следствие закона сохранения момента импульса (29). Первое же из уравнений (34) мы преобразуем, считая функцию $R=R(t)$ сложной функцией времени, $R(t)=R[\varphi(t)]$. Учитывая закон сохранения момента импульса (29), получаем равенства:

$$\dot R=\varphi\, dR/d\varphi=-\frac{L}{\mu}\frac{d}{d\varphi}\frac{1}{R},\quad \ddot R=-\frac{L}{\mu}\varphi\frac{d^2}{d\varphi^2}\frac{1}{R}=-\left(\frac{L}{\mu}\right)^2\frac{1}{R^2}\frac{d^2}{d\varphi^2}\frac{1}{R},\quad R\varphi^2=\left(\frac{L}{\mu}\right)^2\frac{1}{R^3}\,.\tag{35}$$

Используя последние равенства и равенства (32) и выполняя подстановку $R=1/\rho$, закон сохранения энергии (31) и первое из уравнений (34) можно записать в следующей простой форме:

$$\left(\frac{d\rho}{d\varphi}\right)^2+\left(\rho-\frac{1}{R_*}\right)^2=A^2,\quad A^2=\frac{1}{R_*^2}\left(1+\frac{E_0}{\left|U_{ef}^*\right|}\right),\tag{36}$$

$$\frac{d^2\rho}{d\varphi^2}+\rho-\frac{1}{R_*}=0\,.\tag{37}$$

Общее решение уравнения (37) можно представить в виде:

$$\rho=\frac{1}{R_*}+\frac{e}{R_*}\cos(\varphi-\varphi_0),\tag{38}$$

где e и φ_0 — постоянные интегрирования. Подстановка выражения (38) в закон сохранения энергии (36) позволяет определить постоянную e:

$$e=\sqrt{1+\frac{E_0}{\left|U_{ef}^*\right|}}\,,\ U_{ef}^*\le E_0<0\,.\tag{39}$$

Чтобы убедиться в непротиворечивости полученных результатов, вычислим левую часть первого из уравнений (34). С помощью соотношений (32), (35) и (37) находим:

$$\mu\left(\ddot R-R\varphi^2\right)=-\frac{L^2}{\mu}\rho^2\left(\frac{d^2\rho}{d\varphi^2}+\rho\right)=-\frac{L^2}{\mu R_*}\frac{1}{R^2}=-\gamma m_1 m_2\frac{1}{R^2}\,.$$

Как и должно быть, мы получили выражение для внешней силы $F=F(R)$ (см. (34)).

Проанализируем полученные результаты с точки зрения обратной задачи динамики: найти силу взаимодействия между частицами, образующими систему двух частиц. Очевидно, что для решения обратной задачи необходимо знать:

1) закон сохранения момента импульса,
2) закон сохранения энергии и
3) уравнение траектории движения частицы.

Указанные данные содержатся у нас в равенствах (29), (31) и (38).

Согласно (38), траекторией движения частицы μ, обладающей энергией E_0 и моментом импульса L, является эллипс, один из фокусов которого совпадает с началом координат (постоянная интегрирования φ_0 несущественна и поэтому ее опускаем):

$$R=\frac{R_*}{1+e\cos\varphi}\,, \tag{40}$$

где $R=\left|\vec{r}_1-\vec{r}_2\right|$, фокальный параметр R_* и эксцентриситет e даются формулами (32) и (39). Большая a и малая b полуоси эллипса, а также наименьшее $R_{\min}$ и наибольшее $R_{\max}$ расстояния частицы до фокуса эллипса составляют:

$$a=\frac{R_*}{1-e^2}=\frac{\gamma m_1 m_2}{2|E_0|},\ b=\sqrt{R_* a}=\frac{L}{\sqrt{2\mu|E_0|}},\ \ R_{\min}=\frac{R_*}{1+e},\ R_{\max}=\frac{R_*}{1-e}\,. \tag{41}$$

Поскольку величина R изменяется в интервале $(R_{\min},R_{\max})$, решение обратной задачи динамики приводит к формуле для силы $F=F(R)$, справедливой лишь в интервале $R_{\min}\le R\le R_{\max}$.

Рассмотрим решение обратной задачи механики, ограничиваясь частным случаем, когда частица массой μ (см. уравнение движения (25)) движется по траектории в виде эллипса с малым эксцентриситетом: $e\ll 1$. Разложим величины $\rho,\ \rho=1/R$, и φ в степенные ряды:

$$\rho=\rho_0+\rho_1+\rho_2+\dots,\quad \varphi=\varphi_0+\varphi_1+\varphi_2+\dots, \tag{42}$$

где $\rho_n\sim e^n,\ \varphi_n\sim e^n,\ n=0,1,2,\cdots$. Используя соотношения (28), (40) и (42) и сохраняя лишь члены второго порядка по e, выводим:

$$\varphi=\frac{L}{\mu R_*^2}\left[1+e\cos(\varphi_0+\varphi_1+\varphi_2+\dots)\right]^2=\frac{L}{\mu R_*^2}\left(1+2e(\cos\varphi_0-\varphi_1\sin\varphi_0)+\frac{e^2}{2}(1+\cos 2\varphi_0)\right).$$

Отсюда, накладывая начальное условие: $\phi=0$ при $t=0$, получаем:

$$\varphi_0=\omega_0 t,\quad \varphi_1=2e\sin\omega_0 t,\quad \varphi_2=(e^2/2)\left[-3\omega_0 t+(5/2)\sin 2\omega_0 t\right],\quad \omega_0=L/\mu R_*^2\,. \tag{43}$$

Аналогично вычисляем коэффициенты разложения величины ρ:

$$\rho_0=1/R_*,\quad \rho_1=e\cos\omega_0 t/R_*,\quad \rho_2=-e^2(1-\cos 2\omega_0 t)/R_*\,. \tag{44}$$

Используя выражения (42)-(44), легко убедиться в том, что с требуемой точностью выполняется равенство: $R^2\varphi=R_*^2\omega_0=const$. Отсюда, в силу (29) и в согласии с последним из равенств (43), получаем: $L=\mu R^2\varphi=\mu R_*^2\omega_0$. Отметим следующие соотношения, вытекающие из последнего равенства и последней из формул (32):

$$\gamma m_1 m_2=L^2/\mu R_*=L\,R_*\omega_0=\mu R_*^3\omega_0^2\,. \tag{45}$$

Приступим к вычислению полной механической энергии E_0 по формуле (31) и ее составляющих.

Прежде всего, вычислим, используя уравнение эллипса (40) и равенства (43) и (44), величины $R,\ R\varphi,\ \rho,\ \dot{R}$ с точностью до членов порядка e^2:

$$R=R_*\left[1-e\cos\varphi_0+e^2(3-\cos 2\varphi_0)/2\right],\quad R\phi=\rho R_*^2\omega_0,\quad \varphi_0=\omega_0 t,$$

$$\rho=\left[1+e\cos\varphi_0-e^2(1-\cos 2\varphi_0)\right]/R_*,\quad \dot{R}=R_*\omega_0(e\sin\varphi_0+e^2\sin 2\varphi_0).$$

Далее вычисляем величины $\dot{R}^2$ и $R^2\phi^2$:

$$\dot{R}^2=R_*^2\omega_0^2 e^2\sin^2\phi_0,\quad R^2\phi^2=R_*^2\omega_0^2\left[1+2e\cos\phi_0-e^2(3-5\cos 2\phi_0)/2\right].$$

Кинетическая и потенциальная энергии определяются соотношениями (V – скорость частицы):

$$K=\frac{\mu}{2}(\dot{R}^2+R^2\phi^2)=\frac{\mu}{2}V^2=\frac{\mu}{2}R_*^2\omega_0^2\left[1+2e\cos\phi_0-e^2(1-2\cos 2\phi_0)\right],$$

$$U(R)=-\gamma m_1 m_2/R=-\mu R_*^2\omega_0^2\left[1+e\cos\varphi_0-e^2(1-\cos 2\varphi_0)\right],\quad U(R_*)=-\mu R_*^2\omega_0^2, \tag{46}$$

$$E_0=K+U=-\frac{\mu}{2}R_*^2\omega_0^2(1-e^2),\quad U_{ef}=\frac{\mu}{2}R_*^2\omega_0^2\left[-1+e^2(1+\cos 2\varphi_0)/2\right].$$

Как видим, кинетическая K и потенциальная U энергии частицы, взятые в отдельности, осциллируют со временем, но полная энергия E_0 сохраняется и является отрицательной величиной. При $e = 0$, когда в соответствии с формулой (39) $E_0 = U_{ef}^* = -\dfrac{L^2}{2\mu R_*^2}$, траекторией движения частицы является окружность радиуса $R = R_*$. При этом эффективная потенциальная энергия достигает минимума: $U_{ef}(R_*) = \min U_{ef}(R) = -\mu R_*^2 \omega_0^2 / 2$ (в соответствии с приведенными выше формулами) и $V\big|_{e=0} \equiv V_0 = R_* \omega_0$.

Формула силы имеет следующий вид:

$$F = -\gamma m_1 m_2 / R^2 = -\mu R_* \omega_0^2 \; 1 + 2e\cos\varphi_0 - e^2(3 - 5\cos 2\varphi_0)/2 \; . \qquad (47)$$

Как видно из полученных результатов, решение обратной задачи механики приводит к определению силы $F = F(R)$ в малом промежутке шириной $R_{max} - R_{min} = 2eR_*$, лежащем в окрестности точки $R = R_*$. При $e \to 0$ этот промежуток стягивается в точку $R = R_*$, при этом $F(R_*) = -\gamma m_1 m_2 / R_*^2 = -\mu R_* \omega_0^2$.

Получение траектории движения частицы в виде эллипса (40) означает, что в системе двух частиц, взаимодействующих по закону всемирного тяготения (12), выполняется первый закон Кеплера. Из закона сохранения момента импульса (29) следует, что выполняются также второй и третий законы Кеплера (см., напр. [16,17]). Это обстоятельство обычно рассматривают как доказательство того, что **закон всемирного тяготения согласуется с экспериментальными данными по гравитационному взаимодействию двух тел, т.е. указанный закон подтверждается опытом.** Возникает вопрос: можно ли на этом основании утверждать, что закон всемирного тяготения (12) описывает гравитационное взаимодействие между частицами и, следовательно, раскрыта физическая природа явления гравитации?

Из выражений (21) и (23) видно, что

$$\nabla \vec{G}_1(\vec{r})\Big|_{\vec{r}=\vec{r}_2} = -4\pi\gamma m_1 \delta(\vec{R}).$$

Так как, согласно (40) и (41), при движении частицы по эллипсу величина R изменяется в интервале (R_{min}, R_{max}), то из последнего равенства следует, что поле напряженности $\vec{G}_1(\vec{r})$ не имеет ни источников, ни стоков во всей области изменения радиуса-вектора $\vec{r}$, отвечающей перемещению частицы по траектории. Легко убедиться в том, что вместо статической картины силового поля в виде веера силовых линий вектора напряженности, входящих в точки локализации частиц (см. раздел 2), от каждой частицы к центру масс двухчастичной системы идет одна-единственная силовая линия.

На основании изложенного выше можно сделать следующий вывод. Если рассматривать закон всемирного тяготения (12) с точки зрения статики, т.е. чисто абстрактно, не касаясь движения частиц в двухчастичной системе, то, как показано выше, из него следует теорема Гаусса для напряженности силового поля (см. первое из уравнений (21)). Казалось бы, этот факт дает основание утверждать, что классические частицы, обладающие массой, порождают внешнее силовое поле и, следовательно, являются материальными носителями поля тяготения. Но классические частицы обязаны подчиняться уравнениям движения механики. Анализ проблемы движения двух частиц показывает, что классические частицы, связанные между собой законом всемирного тяготения и подчиняющиеся уравнениям движения, не способны порождать внешнее силовое поле, имеющее источники и стоки. Согласно уравнению (25), задача о движении двух частиц, подчиняющихся закону действия силы (12), сводится к решению задачи о движении частицы массой μ во внешнем поле, которое не порождается частицей, а задается «руками».

Таким образом, анализ требования внутренней непротиворечивости принципов механики Ньютона, согласно которому закон всемирного тяготения должен быть в согласии с динамическим принципом, позволяет уточнить физическое содержание общепринятой модели гравитации. Как видно из полученных результатов, представление о том, что классическая частица, обладающая массой, порождает в окружающем пространстве силовое поле, которое может действовать на соседние частицы, лишено основания. Закон всемирного тяготения, примененный к системе из двух классических частиц, относится к движению частиц в заданном внешнем поле, физическая природа которого не известна. Использование закона всемирного тяготения можно оправдать лишь тем, что при рассмотрении с его помощью задачи двух тел получаются числа, которые в силу случайных причин совпадают с опытными данными.

Как было показано выше, при решении обратной задачи механики для сил, действующих на частицы в случае двухчастичной системы, формально получаются выражения, совпадающие с формулами (12), в малой окрестности точки $R = R_*$, если потребовать, чтобы при движении частиц выполнялись законы Кеплера. Но этот результат вовсе не означает, что классическая частица, обладающая массой, порождает в окружающем пространстве гравитационное поле, обладающее общепринятыми свойствами.

Теорема Гаусса (21) лишь создают иллюзию того, что классическая частица порождает силовое поле (12). Требование совместимости закона всемирного тяготения и динамического принципа разрушает эту иллюзию. Теория гравитации, основанная на законе всемирного тяготения, не раскрывает, таким образом, физической сущности гравитации, не объясняет физических механизмов, приводящих к появлению силы тяготения. Она представляет собой лишь вычислительную схему, приводящую к числам, совпадающим с опытными данными. Мы вынуждены заключить, что закон всемирного тяготения не является фундаментальным физическим законом; он имеет заведомо феноменологический характер.

С формальной точки зрения, для появления силы притяжения между частицами и образования связанного состояния двух частиц необходимо создать такие условия, при которых движение частиц в пространстве оказывается финитным. **Закон всемирного тяготения дает удовлетворительную вычислительную схему при рассмотрении проблемы двух тел по той причине, что он обеспечивает возникновение потенциальной ямы, в которой может локализоваться частица массой** μ, моделирующая относительное движение частиц. Этого оказывается достаточно для того, чтобы описать притяжение частиц в согласии с экспериментальными данными, не вникая в физическую сущность явления.

Наши предыдущие исследования [3,5,6,9,14] указывают на то, что природа предпочитает качественно иной механизм организации финитных движений — не с помощью вынужденных ускоренных движений, порождаемых внешними силами, а с помощью криволинейных движений частиц по инерции, которые происходят в окружающем нас мире на каждом шагу, в любой физической системе, не требуя, в отличие от вынужденных движений, каких-либо энергетических затрат.

Полученные результаты позволяют выявить главную ошибку Ньютоновской схемы механики: это попытка объяснить окружающий мир, ограничиваясь лишь вынужденными ускоренными движениями. Такая попытка обречена на неудачу, поскольку, исключив из рассмотрения криволинейные движения по инерции, обеспечивающие саморазвитие и самоорганизацию материи, мы тем самым остаемся с мертвой материей, не способной творить окружающий мир [14].

5. Криволинейное движение по инерции двухчастичной системы

Свою главную задачу современная физика видит в том, чтобы описать физическое явление или физический процесс, т.е. построить такую математическую схему, которая находится в согласии с экспериментальными данными, относящимися к исследуемой физической реальности. Главная задача физики заключается, однако, не в разработке схемы, описывающей явление или процесс, а в том, чтобы установить физическую сущность явления, понять физические механизмы процессов, лежащих в его основе.

В механике Ньютона гравитация описывается, исходя из универсального закона (1) действия силы между классическими частицами, обладающими массами. Следует отметить, что **в механике понятие силы не является первичным**. **Первичным является понятие материи, движение которой — непременный атрибут материи. Поэтому объяснение физической природы гравитации следует искать не в терминах сил, действующих между частицами, а в терминах движений, которые частицы совершают**. Нужно искать не универсальную силу взаимодействия между частицами (как показано в [12,13], такой силы в природе не существует), а тот класс движений, который приводит к возникновению силы притяжения между частицами.

Ньютоновская схема механики исходит из представления о том, что ускорение классической частицы может быть вызвано лишь действием на частицу со стороны окружения, действием внешних сил, т.е. ускоренные движения частицы могут быть только вынужденными.

Закон всемирного тяготения представляет собой попытку описать и объяснить гравитацию, ограничиваясь лишь вынужденными ускоренными движениями. В рамках механики Ньютона удается решить первую часть задачи — построить теоретическую схему, удовлетворительно описывающую имеющиеся опытные данные по гравитации, но оказывается невозможным решить вторую часть — объяснить явление гравитации, раскрыть физическую природу силового поля, связывающего между собой классические частицы.

Исследование показывает, что наряду с вынужденными ускоренными движениями частиц существуют и ускоренные движения по инерции, представляющие собой диалектические противоположности по отношению к вынужденным движениям. **Естественно попытаться объяснить явление гравитации на основе расширенной схемы механики, включив в рассмотрение ускоренные движения по инерции.**

Вопрос о расширении механики заслуживает самого пристального внимания, и поэтому остановимся на нем более подробно.

Если в некоторой ИСО классическая частица массой $m \neq 0$ движется с ускорением $\vec{a}$, $\vec{a} \neq 0$, значит, на нее действует сила $\vec{F}$, $\vec{F} = m\vec{a}$. Могут иметь место две существенно различные физические ситуации:

1. Сила $\vec{F}$ является причиной ускоренного движения частицы; т.е. сила является вынуждающей (принуждающей), а движение частицы — ускоренным вынужденным (принудительным). В Ньютоновской схеме механики предполагается, что классическая частица может перемещаться в ИСО ускоренно только благодаря действию внешней силы. Естественно, что закон всемирного тяготения также опирается на предположение, что силы притяжения между частицами могут быть только внешними, вынуждающими (с той оговоркой, что поле силы, порождаемое одной из частиц, выступает как внешнее, стороннее поле по отношению к соседним частицам).
2. Сила, действующая на ускоренно движущуюся частицу, является не причиной, а следствием ускоренного движения; она лишь сопутствует движению. В качестве причины движения выступает неоднородность и неизотропность пространства, в котором движется частица. Суть дела состоит в том, что при движении частицы непрерывно изменяются в пространстве как положение частицы, так и положение центра кривизны ее траектории. Следовательно, движущаяся частица непрерывно искажает, деформирует пространство, изменяя его физические свойства — свойства однородности и изотропности. В этих условиях частица стремится перемещаться так, чтобы не расходовать собственной энергии на каждом участке пути. Это и будет ускоренное (криволинейное) движение по инерции: частица движется свободно, не напрягаясь и без принуждения, не растрачивая своей энергии.

В силу невозможности объяснить явление гравитации, оставаясь в рамках Ньютоновской схемы механики, обратимся к исследованию гравитации, используя криволинейные движения по инерции, выпавшие из поля зрения механики Ньютона. Как подчеркивается в работах [4,6], неизбежность существования в природе движений такого рода вытекает из законов диалектики. Исключив из рассмотрения криволинейные движения по инерции, мы получаем заведомо искаженную картину физической реальности.

Естественно ожидать, что силовое поле, которое регистрируется в опыте Кавендиша, является макроскопическим проявлением криволинейных движений по инерции частиц, составляющих материальные тела. Чтобы получить более полное представление о физической природе этого поля, нужно детально исследовать те из ускоренных движений частиц по инерции, которые приводят к законам Кеплера. Закон всемирного тяготения был открыт на основании законов Кеплера как решение обратной задачи динамики: зная законы движения планет Солнечной системы, установить формулу силы, действующей на планеты. Метод обратной задачи динамики мы используем теперь на основе концепции криволинейной инерции.

В качестве рабочей гипотезы естественно принять, что движение классической частицы по инерции по эллиптической орбите как раз и приводит к возникновению сил, которые регистрировались в опыте Кавендиша. Наша задача состоит в том, чтобы уточнить вид криволинейных движений частиц по инерции и действующих на частицы сил инерции, которые принято считать кулоновскими, а также определить условия, при которых силы инерции мало отличаются от кулоновских.

Рассмотрим движение системы двух классических частиц, массы и радиусы-векторы которых в некоторой инерциальной системе отсчета S обозначим через m_i и $\vec{r}_i$ $(i=1,2)$. На частицы действуют силы $\vec{F}_i = d\vec{p}_i/dt$, где $\vec{p}_i = m_i\dot{\vec{r}}_i$ — импульс частицы i. Введем радиус-вектор $\vec{R}_C$ центра масс C рассматриваемой системы и перейдем к системе центра масс — системе отсчета S', начало координат которой O' совпадает с центром масс C (см. раздел 3). Радиусы-векторы частиц $\vec{r}_i'$ в системе отсчета S' связаны с радиусами-векторами $\vec{r}_i$ равенствами

$$\vec{r}_i = \vec{R}_C + \vec{r}_i' \quad (i=1,2). \tag{48}$$

Используя равенства (48) и полагая, что массы частиц не изменяются со временем и что рассматриваемая система двух частиц замкнута, получаем следующие соотношения:

$$\vec{r}_1' = \mu\vec{R}/m_1, \quad \vec{r}_2' = -\mu\vec{R}/m_2, \quad \vec{F}_i' = m_i\ddot{\vec{r}}_i' = \vec{F}_i, \ (i=1,2), \quad \vec{F}_1' = \mu\ddot{\vec{R}}, \quad \vec{F}_2' = -\mu\ddot{\vec{R}}, \tag{49}$$

где $\vec{F}_i' = d\vec{p}_i'/dt$ и $\vec{p}_i' = m_i\dot{\vec{r}}_i'$ — сила, действующая на частицу i, и импульс частицы i в системе отсчета S', $\vec{R} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{r}_1' - \vec{r}_2'$, μ — приведенная масса двухчастичной системы.

На основании (49) импульсы $\vec{p}_i'$, моменты импульсов и сил относительно центра масс, $\vec{L}_i' = [\vec{r}_i'\vec{p}_i']$ и $\vec{M}_i' = [\vec{r}_i'\vec{F}_i']$, можно представить в следующем виде:

$$\vec{p}_1' = \mu\dot{\vec{R}}, \quad \vec{p}_2' = -\mu\dot{\vec{R}}, \quad \vec{L}_i' = \frac{\mu^2}{m_i}[\vec{R}\dot{\vec{R}}], \quad \vec{M}_i' = \frac{\mu^2}{m_i}[\vec{R}\ddot{\vec{R}}]. \tag{50}$$

Результирующие моменты выражаются равенствами:

$$\vec{L}' \equiv \vec{L}_1' + \vec{L}_2' = \mu[\vec{R}\dot{\vec{R}}], \quad \vec{M}' \equiv \vec{M}_1' + \vec{M}_2' = \mu[\vec{R}\ddot{\vec{R}}]. \tag{51}$$

Согласно (50) и (51), имеют место соотношения: $\vec{L}_i' = \mu\vec{L}'/m_i$, $\vec{M}_i' = \mu\vec{M}'/m_i$, $d\vec{L}'/dt = \vec{M}'$.

Для простоты ограничимся плоским движением, происходящим в плоскости x', y' системы отсчета S'. Обозначим через R и ϕ полярные координаты радиуса-вектора $\vec{R}$ и используем формулы (30а) и (30б). Вычислим работу $dA_i = \vec{F}_i'd\vec{r}_i'$, $i=1,2$, совершаемую силами, действующими на частицы, результирующую работу $dA = dA_1 + dA_2$ и компоненты работы, отвечающие поступательному и вращательному движениям, $dA_{i\alpha} = \vec{F}_i'd\vec{r}_{i\alpha}'$, $dA_\alpha = dA_{1\alpha} + dA_{2\alpha}$, $\alpha = R, \varphi$. Используя соотношения (49) и (30а), получаем:

$$\begin{aligned} &dA_i = (\mu/m_i)dA, \quad dA = \mu\dot{\vec{V}}\vec{V}dt = d\,\mu\vec{V}^2/2, \\ &dA_{i\alpha} = (\mu/m_i)dA_\alpha, \quad dA_\alpha = \mu\dot{\vec{V}}\vec{V}_\alpha dt, \quad \vec{V}_\alpha = V_\alpha\vec{e}_\alpha, \quad \alpha = R, \varphi. \end{aligned} \tag{52}$$

Криволинейное движение по инерции системы двух частиц определим как такое движение, при котором на любом участке траектории движения $d\vec{R}$ выполняются условия (см.(49)):

$$dA = \vec{F}_1'd\vec{r}_1' + \vec{F}_2'd\vec{r}_2' = \vec{F}_1'd\vec{R} = 0, \quad \vec{F}_1' \neq 0. \tag{53}$$

Если каждая из компонент работы dA обращается в нуль (т.е. $dA_R = 0$, $dA_\varphi = 0$), то такое состояние движения двухчастичной системы будем называть криволинейным движением по инерции в сильном смысле. Если же выполняются условия:

$$dA = 0, \quad dA_\varphi \neq 0, \tag{54}$$

то будем говорить о криволинейной инерции в слабом смысле. В случае сильного движения по инерции отсутствует перераспределение энергии системы частиц между ее степенями свободы, а в случае слабого движения по инерции происходит перекачка энергии из поступательной степени свободы во вращательную и в обратном направлении.

Как видно из полученных результатов, задача о криволинейном движении по инерции системы двух частиц сводится к задаче о движении по инерции частицы с массой μ, на которую действует сила $\vec{F}_1'$ (см. (49)):

$$\mu\ddot{\vec{R}} = \vec{F}_1'. \tag{55}$$

Следует подчеркнуть, что сила $\vec{F}_1'$ в последнем равенстве не является внешней силой, принуждающей частицу с массой μ перемещаться с ускорением. Сила $\vec{F}_1'$ не выступает здесь в качестве причины ускорения частицы, она лишь сопутствует ускоренному движению, будучи его следствием, т.е. является силой инерции. Наша задача состоит в том, чтобы определить силу притяжения между частицами двухчастичной системы, находящейся в состоянии криволинейной инерции, исходя из условий (53) и дополнительных условий на движение, аналогичных законам Кеплера.

Используя равенства (30а), (30б), (52), (55), из условий (53) выводим следующие соотношения:

$$K = \mu\vec{V}^2/2 = \mu(\dot{R}^2 + R^2\dot{\varphi}^2)/2 = const, \tag{56}$$

$$\vec{F}_1'\vec{V} = F_{1R}V_R + F_{1\varphi}V_\varphi = 0\,, \tag{57}$$

где K – кинетическая энергия частицы массой μ. Последнее равенство позволяет выразить вращательную компоненту силы через поступательную (радиальную) компоненту:

$$F_{1\varphi} = -\frac{\dot{R}}{R\dot{\varphi}}F_{1R}\,. \tag{58}$$

Используя соотношения (30а) и (30б), векторное равенство (55) запишем в виде эквивалентной ему системы равенств:

$$\mu\left(\ddot{R} - R\dot{\varphi}^2\right) = F_{1R}, \quad \mu\left(2\dot{R}\dot{\varphi} + R\ddot{\varphi}\right) = F_{1\varphi}. \tag{59}$$

Принимая во внимание, что, согласно первому закону Кеплера, орбитой планеты, вращающейся вокруг Солнца, является эллипс, траекторию движения частицы ищем в виде эллипса (40). Рассматривая величину R как сложную функцию времени, $R = R(\varphi(t))$, выводим:

$$\frac{dR}{d\varphi} = \frac{R^2}{R_*}e\sin\varphi, \quad \dot{R} = \frac{R^2}{R_*}\dot{\varphi}e\sin\varphi\,. \tag{60}$$

Исключая с помощью последнего равенства величину $\dot{R}$ в выражении (58), получаем следующую формулу для вращательной компоненты силы:

$$F_{1\varphi} = -\frac{R}{R_*}e\sin\varphi F_{1R}\,. \tag{61}$$

Из этого соотношения видно, что сила притяжения между частицами становится центральной лишь при $e = 0$, когда траекторией движения является окружность $R = R_*$, причем в силу сохранения момента импульса $\dot{\phi} \equiv \omega_0 = const$ (в самом деле, согласно (51), $\vec{M}' = 0$ и поэтому момент импульса сохраняется: $\vec{L}' = \mu R^2\dot{\phi}\vec{e}_z = const$). В этом случае $R\dot{\varphi} = R_*\omega_0 \equiv V_0$, $\dot{R} = 0, \quad L' = \mu R_*^2\omega_0$. В силу первого из равенств (59) имеем последовательно:

$$F_{1R} = -\mu R_*\omega_0^2 = -\mu\frac{V_0^2}{R_*} = -\frac{(L')^2}{\mu R_*^3} = -\gamma\frac{m_1m_2}{R_*^2}\,. \tag{62}$$

Здесь учтено, что при $e = 0$, согласно (40) и закону всемирного тяготения, $R = R_*$, $F_{1R} = -\gamma\frac{m_1m_2}{R_*^2}$. Из формулы (62) видно, что $\gamma\mu m_1m_2 = \frac{(L')^2}{R_*}$ (см.(32)). Формула (62) согласуется с (34) при $e = 0$.

Вычислим согласно (52) вращательную компоненту работы: $dA_\varphi = \vec{F}_1'\vec{V}_\varphi dt.$ Учитывая формулы $\vec{F}_1' = \mu\dot{\vec{V}}, \quad \vec{V}_\varphi = R\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi = R\dot{\varphi}[\vec{e}_z, \vec{e}_R] = [\vec{\omega}\vec{R}], \quad \vec{\omega} = \dot{\varphi}\vec{e}_z$, выводим:

$$dA_\varphi = (\vec{F}_1'[\vec{\omega}\vec{R}])dt = (\vec{\omega}[\vec{R}\vec{F}_1'])dt = (\vec{\omega}\frac{d\vec{L}'}{dt})dt = \dot{\varphi}\frac{dL'}{dt}dt. \tag{63}$$

С другой стороны, второе из равенств (59) можно записать так (учитываем (58)):

$$\mu\frac{d}{dt}\left(R^2\dot{\varphi}\right) = -\frac{\dot{R}}{\dot{\varphi}}F_{1R} \quad \to \quad \dot{\varphi}\frac{d}{dt}L' = -\dot{R}F_{1R}, \quad L' = \mu R^2\dot{\varphi}.$$

Как видим, второе из равенств (59) определяет перекачку энергии между вращательной и поступательной степенями свободы:

$$dA_\varphi == -\dot{R}F_{1R}dt = -F_{1R}dR\,. \tag{64}$$

Остается определить радиальную составляющую силы F_{1R} с помощью первого из уравнений (59). С этой целью рассмотрим равенство (см. закон сохранения энергии (56)):

$$\dot{R}^2 + R^2\varphi^2 \equiv V_0^2 = const. \tag{65}$$

Из равенства (40) выводим: $e\cos\phi = \dfrac{R_*}{R} - 1$. Используя (60) и последнее равенство, найдем:

$$\dot{R}^2 = R^2\varphi^2 \frac{R^2}{R_*^2}\left[e^2 - \left(\frac{R_*}{R} - 1\right)^2\right]. \tag{66}$$

Подставляя это выражение в (65), вычисляем:

$$\varphi = \pm\frac{V_0}{R_*}\rho'^2 \frac{1}{\sqrt{e^2 - 1 + 2\rho'}}, \quad \rho' = \frac{R_*}{R}. \tag{67}$$

При $e = 0$ формула (67) дает: $\varphi = \pm V_0/R_*$ (в силу того, что при этом $R = R_*$, см. (40)). Далее с помощью (67) исключаем φ в (66):

$$\dot{R}^2 = V_0^2\left(1 - \rho'^2 \frac{1}{e^2 - 1 + 2\rho'}\right). \tag{68}$$

Искомая сила F_{1R} определяется первой из формул (59). Используя (67) и (68), получаем:

$$\ddot{R} = \frac{V_0^2}{R_*}\rho'^3 \frac{e^2 - 1 + \rho'}{e^2 - 1 + 2\rho'^{\,2}}, \quad R\varphi^2 = \frac{V_0^2}{R_*}\rho'^3 \frac{1}{e^2 - 1 + 2\rho'}. \tag{69}$$

$$F_{1R} = -\mu\frac{V_0^2}{R_*}\frac{\rho'^4}{e^2 - 1 + 2\rho'^{\,2}}. \tag{70}$$

Отметим, что при $e = 0$ имеем правильный предел (62). Выражение (70) удобно представить в следующей форме:

$$F_{1R} = -\mu\frac{V_0^2}{R_*}\frac{R_*^2}{R^2}g(R), \quad g(R) = \frac{R_*^2}{[(e^2 - 1)R + 2R_*]^2}. \tag{71}$$

При $e \ll 1$ величина $g(R)$ ведет себя следующим образом: $g(R) = 1 - 2e\cos\varphi$. Легко видеть, что в среднем по периоду движения частицы по траектории второе слагаемое в правой части последнего равенства вносит в выражение для силы (71) вклад $\sim e^2$.

Формулы (61) и (71) дают решение поставленной нами задачи — определить силу взаимодействия между частицами двухчастичной системы, совершающей ускоренное движение по инерции в слабом смысле при $e \ll 1$. Как видно из полученных соотношений, указанная сила мало отличается от кулоновской (см. (47)): радиальная компонента силы отличается от кулоновского выражения поправками порядка e^2, а отношение вращательной компоненты к радиальной составляет величину порядка e.

Согласно результатам работы [6], перекачка энергии из поступательной степени свободы двухчастичной системы во вращательную описывается управляющим параметром

$$f = dK_R / d\tilde{A}_R,$$

где $d\tilde{A}_R = dK_R - dA_R$, dK_R и dA_R — поступательные компоненты кинетической энергии и элементарной работы. Как видно из (30а), (52), (53), (55) и (56), указанные величины даются формулами:

$$dK_R = \mu\dot{R}\ddot{R}dt, \quad dA_R = \mu(\ddot{R} - R\varphi^2)\dot{R}dt.$$

Поэтому управляющий параметр можно представить в следующем виде:

$$f = \ddot{R}/R\varphi^2.$$

Учитывая (69), находим:

$$f = \frac{e^2 - 1 + \rho'}{e^2 - 1 + 2\rho'}. \tag{72}$$

Если эксцентриситет мал, $e \ll 1$, то в линейном приближении по e получаем:

$$f = e\cos\varphi. \tag{73}$$

Как видим, $f<1$, т.е. частицы, как и должно быть, притягиваются друг к другу (см. [6]). Малость управляющего параметра f по сравнению с единицей означает, что перераспределение энергии в системе двух частиц между ее вращательной и поступательной степенями свободы мало. В силу (40) и (73), частицы, перемещаясь по эллипсу, то удаляются друг от друга (при $f<0$), то приближаются друг к другу (при $f>0$). В первом случае усиливается процесс перекачки энергии из вращательной степени свободы в поступательную, а во втором случае усиливается обратный процесс — перекачка энергии из поступательной степени свободы во вращательную.

6. Заключение

Закон всемирного тяготения представляет собой попытку описать явление гравитации, оставаясь в рамках механики Ньютона. Ньютоновская схема описания движения характеризуется тем, что в этой схеме внешняя сила, действующая на классическую частицу, выступает в качестве единственной причины ускоренного движения частицы. В соответствии с этой схемой предполагается, что классическая частица является материальным носителем поля тяготения, которое действует на другие частицы как внешнее поле.

В настоящей работе показано, что **закон всемирного тяготения не согласуется с уравнениями движения механики Ньютона**. Сформулировано условие непротиворечивости механики Ньютона: оно состоит в том, что закон тяготения следует рассматривать одновременно с уравнениями движения взаимодействующих между собой частиц. Из условия непротиворечивости видно, что классическая частица, покоящаяся или движущаяся равномерно и прямолинейно в некоторой инерциальной системе отсчета (ИСО), не может создать в окружающем пространстве силовое поле. Этот результат имеет принципиальное значение. Он означает, что взаимное притяжение классических частиц возможно лишь при их ускоренных движениях; очевидно также, что **искривление и кручение пространства не относятся к числу факторов, способных «заставить» покоящуюся частицу создавать в своем окружении силовое поле.**

Проведен анализ обратной задачи динамики для двухчастичной системы, удовлетворяющей законам Кеплера, при условии, что выполняется закон всемирного тяготения. Показано, что напряженность силового поля, определяемого законом всемирного тяготения, не имеет ни источников, ни стоков во всей области значений относительного радиуса-вектора частиц. Это значит, что Ньютоновская схема механики дает чисто формальное решение задачи о движении двух частиц, не позволяя выявить материального носителя поля тяготения и тем самым раскрыть физический механизм явления гравитации.

Следует подчеркнуть, что представление о классической частице как материальном носителе поля тяготения возникает при рассмотрении статических задач. Оно следует из теоремы Гаусса для напряженности силового поля, утверждающей, что если напряженность поля обратно пропорциональна квадрату расстояния между частицами, то поле содержит источники либо стоки. Картина совершенно меняется при рассмотрении движения частиц. С физической точки зрения это связано с тем, что при вращательном движении частиц порождается особая физическая среда, индуцируемая криволинейной инерцией, — ИКИ-материя [14], отсутствующая при статическом описании системы. Как видно из детального рассмотрения проблемы совместимости закона тяготения и динамического принципа, проведенного в настоящей работе, общепринятое представление о том, что классическая частица, обладающая массой, порождает силовое поле, которое действует на соседнюю частицу как внешнее поле, лишено основания. Силы, действующие на частицы в соответствии с законом всемирного тяготения, — это внешние силы неизвестной природы, существование которых постулируется в Ньютоновской схеме механики. В этом состоит содержание теории тяготения в механике Ньютона.

Существующие представления о гравитационном поле не только не адекватны реальности, но и очень далеки от нее. Попытка объяснить явление гравитации на основе механики Ньютона оказалась неудачной. Причина состоит в том, что **поле тяготения представляет собой особое силовое поле, обязанное своим происхождением не вынужденным ускоренным движениям частиц, а ускоренным движениям по инерции** [3,5]. Исследование, выполненное в данной работе, показывает, что сила инерции, действующая на классическую частицу, движущуюся по инерции по эллиптической траектории с малым эксцентриситетом, мало отличается от кулоновской силы. Этот результат указывает на то, что сила инерции, возникающая при ускоренном движении частиц двухчастичной системы по инерции, как раз и есть та сила притяжения между телами, которая регистрируется в опыте Кавендиша. **Более точно можно так определить силу, регистрируемую в опыте Кавендиша: это макроскопическое проявление ускоренного движения по инерции частиц, составляющих материальные тела**.

Ньютоновская теория гравитации объясняет явление притяжения между частицами возникновением в системе двух классических частиц внешнего поля неизвестной природы. Физическая природа процессов, которые могут приводить как к взаимному притяжению классических частиц, так и к отталкиванию частиц друг от друга, установлена в работах [3,5,6]. В настоящей работе показано, как, исходя из неизбежного существования в природе криволинейных движений по инерции и используя метод обратной задачи динамики, определить силу взаимодействия между классическими частицами, движущимися ускоренно по инерции. Преимущество развиваемой здесь теории тяготения перед теорией Ньютона состоит в том, что излагаемый подход позволяет установить физический механизм процессов, приводящих к взаимодействию между частицами, а не довольствоваться постулатом о существовании внешнего силового поля неизвестной природы. Притяжение между частицами представляет собой следствие явления ускоренного движения частиц по инерции, имеющего всеобщий, универсальный характер [13-15].

Автор благодарит Третяка О.В. за интерес к работе и стимулирующие обсуждения полученных результатов.

Литература:

1. *Фейнман Р.* Характер физических законов. — М.: «Наука», 1987. — С. 33–34.
2. *Дирак П.А.М.* Собрание научных трудов. Т.IV. Гравитация и космология. Воспоминания и размышления (лекции, научные статьи 1937-1984 гг.). Под общей редакцией А.Д. Суханова.– М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.–784 с.
3. *Олейник В.П., Прокофьев В.П.* Вращательная инерция и ее физические следствия. Что такое гравитация? // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2008. — №2(30). — С.23-56.
4. *Олейник В.П.* Новый подход к проблеме движения: ускоренные движения по инерции. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2009. — №3(35). — С.24-56.
5. *Олейник В.П.* О физической природе гравитации. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2010. — №3(39). — С. 24-55.
6. *Олейник В.П., Третяк О.В.* Проблема инерции и антигравитация. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2011. — №1(41). — С. 24-52.
7. *Олейник В.П. и Третяк О.В.* Проблемы инерции, гравитация и электромагнетизм. // 11-я международная Гамовская летняя астрономическая конференция–школа «Астрономия на стыке наук: космомикрофизика, космология и гравитация, астрофизика, радиоастрономия и астробиология», Программа и тезисы докладов, 22-28 августа 2011 года, Украина, Одесса, с.24-25.
8. *Oleinik V.P. and Tretyak O.V.* Curvilinear motions by inertia and antigravity. // Abstracts of the 6th International Conference on Material Science and Condensed Matter Physics, September 11-14, 2012, Chisinau, Moldova. — P. 47.
9. *Олейник В.П.* О физической сущности вращательного движения. Квантовая картина движения классических частиц. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2012. — №1(45). — С. 17-54.
10. *Oleinik V.P.* On the physical nature of rotational motion. // Abstracts of the 6th International Conference on Material Science and Condensed Matter Physics, September 11-14, 2012, Chisinau, Moldova. — P. 57.
11. *Oleinik V.P.* Curvilinear motion by inertia and the Coulomb field. // 12-th Odessa International Astronomical Gamow's Conference-School «Astronomy and beyond: astrophysics, cosmology and gravitation, cosmomicrophysics, radio-astronomy and astrobiology», Program and abstracts, August 20-26, 2012, Odessa. — Pp. 24–25.
12. *Oleinik V.P.* Motions by inertia and the Coulomb field. //Odessa astronomical publications, Volume 25, Issue 2, 2012. — P. 133.
13. *Олейник В.П.* Криволинейные движения по инерции и закон Кулона. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2012. — №3(47). — С. 34–39.
14. *Олейник В.П.* О физической сущности явления криволинейного движения по инерции. Классическая частица как открытая самоорганизующаяся система. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2013. — т.13, №2(50). — С. 13-46.
15. *Олейник В.П.* На пути к новой физической картине мира. // К основам физического взаимодействия. Материалы VIII Международной научно-практической конференции Международной академии био-

энерготехнологий «От атома к двухядерно-физическим субстанциям и живым волнам», 4-6 октября 2013 г., Днепропетровск, 2013, с. 21-63.

16. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике. Т 1. Современная наука о природе. Законы механики. — М.: Мир, 1967.
17. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика.– М.: Наука, 1973.
18. *Хайкин С.Э.* Физические основы механики. — М.: Физматгиз, 1963.
19. *Матвеев А.*Н. Механика и теория относительности. — М.: Высшая школа, 1986.
20. *Oleinik V.P.* The Problem of Electron and Superluminal Signals. (Contemporary Fundamental Physics). — Nova Science Publishers, Inc., Huntington, New York, 2001. — 229 p.
21. *Иродов И.Е.* Задачи по общей физике. — М.: Наука, 1988.

Статья поступила в редакцию 20.12.2013 г.

Oleinik V.P.

Law of gravity and curvilinear motion by inertia

The physical nature of the force recorded at the Cavendish experiment

It is shown that in Newtonian mechanics the law of gravity is not compatible with the equations of motion. The conditions of internal consistency of mechanics are derived, from which it follows that classical particle at rest or moving uniformly and rectilinearly in an inertial frame can’t create any force field in surrounding space. As it is seen from the analysis of the inverse problem of dynamics of two-particle system in the framework of Newtonian mechanics scheme, the classical particles involved can not serve as the material carriers of the force field capable of playing the role of gravitational field. The conventional idea that classical particle of mass generates a gravitational field, which can act on neighboring particles as an external field, is groundless. Theory of gravity based on the Newtonian law of gravity is nothing more than a mathematical scheme that does not disclose the physical mechanism of the gravity phenomenon. The reason is that the accelerated particle motions by inertia, which provide a special kind of self-organization of physical system due to the action of inertia forces on the particles, dropped out of the field of view of classical mechanics.

According to generally accepted ideas, the force of interaction between material bodies, recorded in the Cavendish experiments, is the Coulomb force. As can be seen from the results of this work, the Coulomb force considered as an external force, the carrier of which are classical particles, does not exist in nature. The expression for the interaction force between particles of two-particle system in a state of accelerated motion by inertia is obtained. The case when the particle's trajectory is an ellipse with a small eccentricity e is considered. It is shown that this force is different from the Coulomb force by small corrections of the order of e. Mutual attraction of material bodies in the Cavendish experiment is a macroscopic manifestation of the curvilinear motion by inertia of particles composing the material bodies.

Key words: accelerated (curvilinear) motions by inertia, internal inconsistency of Newtonian scheme, incompatibility of Coulomb's law with dynamical principle, Cavendish experiments.