

Дубров Я. А.

СЕКВЕНТНЫЙ ЭНЕРГО-ИНФОРМАЦИОННЫЙ ЛАГРАНЖЕВ И ГАМИЛЬТОНОВ ФОРМАЛИЗМ: ВРЕМЕННАЯ СЕКВЕНТНОСТЬ¹

Центр информационных проблем территорий
Национальной Академии Наук Украины, г. Львов

Энерго-информационная концепция физики Брилюена-Букалова распространяется на лагранжев и гамильтонов формализм с учетом временной секвентности.

Ключевые слова: гамильтониан, лагранжиан, уравнения движения, секвентность, информационная энергия, теория информации, ε -энтропия, количество информации, пространство разнообразия, информационное пространство.

Одним из первых, кто предложил энерго-информационную концепцию физики, был Л. Брилюен [1]. Независимо аналог этой концепции выдвинул А. В. Букалов при рассмотрении, в частности, энерго-информационных аспектов соционики [2]. В предлагаемой работе энерго-информационная концепция физики Брилюена-Букалова распространяется на лагранжев и гамильтонов формализм с учетом временной секвентности (неоднородности).

1. Классический лагранжев и гамильтонов формализм. Классическую механику системы связанных частиц (в частности, твердого тела) удобно представить в терминах лагранжевого формализма [3-5]. При этом допускается, что мгновенная конфигурация всей системы характеризуется некоторым количеством координат q_1, \dots, q_r, \dots , вообще говоря, не обязательно декартовых. В классической механике (в отличие от квантовой) величины q_r являются числами, а не операторами. Функция Лагранжа (лагранжиан) L представляет собой явную функцию от q_r , их производных по времени \dot{q}_r и, возможно, кроме того, зависит от времени

$$L = L(q_1, \dots, q_r, \dots; \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_r, \dots; t).$$

В механике Ньютона функция L равна разности кинетической энергии T и потенциальной энергии V , которая обычно зависит от координат, т. е. $V = V(q_1, \dots, q_r, \dots)$. Итак, $L = T - V$.

Если использовать декартовы координаты, то

$$T = \sum_r \left(\frac{1}{2} m_r \dot{q}_r^2 \right),$$

где m_r — масса, которая отвечает r -й координате.

Импульс p_r , который канонически сопряжен с координатой q_r , отыскивается дифференцированием функции L по соответствующей скорости \dot{q}_r , т. е. $p_r = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r}$. Так, в случае де-

картовых координат $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r} = m_r \dot{q}_r = p_r$.

Сила F_r , которая равна скорости изменения импульса p_r , отыскивается дифференцированием функции L по q_r , т. е. $\frac{dp_r}{dt} = F_r = \frac{\partial L}{\partial q_r}$. Отметим, что

$$\frac{dp_r}{dt} = \frac{d}{dt} (m_r \dot{q}_r) = m_r \frac{d\dot{q}_r}{dt} = m_r \ddot{q}_r = F_r.$$

¹ Статья является расширением доклада, доложенного на XXIV Международной конференции по соционике в г. Киеве (сентябрь 2008 г.).

Кроме того, равенство $\frac{dp_r}{dt} = \frac{\partial L}{\partial q_r}$ следует из принципа наименьшего действия (или принципа Гамильтона [4-5]), согласно которому, если система в моменты времени $t = t_1$ и $t = t_2$ занимает определенные положения, которые характеризуются двумя наборами значений координат $q_1^{(1)}, q_2^{(1)}, \dots, q_r^{(1)}, \dots$ и $q_1^{(2)}, q_2^{(2)}, \dots, q_r^{(2)}, \dots$, тогда между этими положениями система движется так, чтобы интеграл $S = \int_{t_1}^{t_2} L dt$ имел наименьшее возможное значение. Функция L называется функцией Лагранжа данной системы, а интеграл S — (интегралом) действием.

Принцип наименьшего действия можно записать в виде

$$\delta S = \delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = 0,$$

где $\delta q(t)$ — вариация функции $q(t)$, для которой $\delta q(t_1) = \delta q(t_2) = 0$.

Выполняя варьирование $\int_{t_1}^{t_2} (\frac{\partial L}{\partial q_r} \delta q_r + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} \delta \dot{q}_r) dt = 0$ и интегрируя по частям, получим уравнение $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} - \frac{\partial L}{\partial q_r} = 0$. Поскольку $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} = p_r$, то $\frac{dp_r}{dt} = \frac{\partial L}{\partial q_r}$.

Уравнение движения (уравнение Лагранжа) можно записать в виде $\dot{q}_r = \frac{\partial L}{\partial p_r}, r = 1, 2, \dots$

или в виде $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} = \frac{\partial L}{\partial q_r}, r = 1, 2, \dots$.

Энергия системы в рамках лагранжевого формализма определяется формулой $H = -L + \sum_r p_r \dot{q}_r$. Поскольку $\frac{dL}{dt} = \frac{\partial L}{\partial t} + \sum_r (\frac{\partial L}{\partial q_r} \dot{q}_r + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} \frac{d\dot{q}_r}{dt}) = \frac{\partial L}{\partial t} + \sum_r (\frac{dp_r}{dt} \dot{q}_r + p_r \frac{d\dot{q}_r}{dt}) = \frac{\partial L}{\partial t} + \frac{d}{dt} (H + L)$, то $\frac{dH}{dt} = 0$, если $\frac{\partial L}{\partial t} = 0$, другими словами, энергия сохраняется, если L не зависит от времени явно.

В случае декартовых координат уравнения движения приобретают вид

$$m_r \frac{d\dot{q}_r}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial q_r}, r = 1, 2, \dots, \text{ а энергия системы равна } H = \sum_r (\frac{1}{2} m_r \dot{q}_r^2) + V.$$

Если V не зависит от места расположения какой-то из частиц, то $\sum_r \frac{\partial V}{\partial q_r} = 0$, откуда следует, что в этом случае сохраняется полный импульс системы частиц, т. е. $\frac{d}{dt} (\sum_r p_r) = 0$.

Существует альтернативная возможность формулирования основных результатов классической механики — так называемый гамильтонов формализм. Энергию системы H как функцию от q_r и p_r (а возможно, и времени) $H = H(q_1, \mathbf{K}; p_1, \mathbf{K}; t)$ называют функцией Гамильтона (гамильтонианом) системы частиц. Скорости \dot{q}_r находятся дифференцированием гамильтониана по переменным p_r , т. е. $\dot{q}_r = \frac{\partial H}{\partial p_r}$, а уравнения движения системы (уравнения Гамильтона) можно записать в виде $p_r = -\frac{\partial H}{\partial q_r}$. Действительно, поскольку из предыдущего сле-

дует, что $\dot{q}_r = \frac{\partial L}{\partial p_r} = -\frac{\partial V}{\partial q_r}$, а $H = T + V$ и $T \neq T(q_r)$, то $\dot{q}_r = -\frac{\partial H}{\partial q_r}$.

В механике Ньютона в случае декартовых координат $p_r = m_r \dot{q}_r$, а энергия имеет вид $H = \sum_r \frac{1}{2} \frac{p_r^2}{m_r} + V$.

Из определения действия следует, что его полная производная по времени вдоль траектории равна $\frac{dS}{dt} = L$. С другой стороны, рассматривая S как функцию координат и времени в

описанном выше понимании и используя формулу $\frac{\partial S}{\partial q_i} = p_i$, которая следует из вариации действия $\delta S = \sum_i p_i \delta q_i$, имеем $\frac{dS}{dt} = \frac{\partial S}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial S}{\partial q_i} \dot{q}_i = \frac{\partial S}{\partial t} + \sum_i p_i \dot{q}_i$. Сравнивая два выражения для $\frac{dS}{dt}$,

находим, что $\frac{\partial S}{\partial t} = L - \sum_i p_i \dot{q}_i$ или окончательно $\frac{\partial S}{\partial t} = -H$. Поскольку частичная производная по времени от функции $S(q_1, q_2, \dots; t)$ связана с функцией Гамильтона соотношением $\frac{\partial S}{\partial t} + H(q_1, q_2, \dots; p_1, p_2, \dots; t) = 0$, а ее частные производные по координатам совпадают с импульсами, то заменив импульсы p_i в функции Гамильтона производными $\frac{\partial S}{\partial q_i}$, получим уравнение

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H(q_1, q_2, \dots; \frac{\partial S}{\partial q_1}, \frac{\partial S}{\partial q_2}, \dots; t) = 0,$$

которое должна удовлетворять функция $S(q_1, q_2, \dots; t)$. Это уравнение в частных производных первого порядка называется уравнением Гамильтона-Якоби. Наравне с уравнениями Лагранжа, каноническими уравнениями Гамильтона уравнение Гамильтона-Якоби также является основой общего метода интегрирования уравнений движения.

2. О переходе к волновой механике [6]. Уравнение Гамильтона-Якоби играет центральную роль при переходе от классической механике к волновой механике. Если базироваться на некоторых оптико-механических аналогиях, то уравнение Гамильтона-Якоби можно подать в виде [6]:

$$\frac{1}{2m} (|\text{grad } S|^2) + U + \frac{\partial S}{\partial t} = 0,$$

где $|\text{grad } S|$ — абсолютная величина вектора $\text{grad } S = \nabla S = \frac{\partial S}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial S}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial S}{\partial z} \mathbf{k}$, т. е.

$|\text{grad } S| = \sqrt{\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial z^2}}$, m — масса частицы, U — потенциальная энергия, или в виде:

$$|\text{grad } S|^2 = \frac{1}{u^2} \left(\frac{\partial S}{\partial t} \right)^2,$$

где u — фазовая скорость (или ее оптико-механический аналог).

Два последних уравнения и презентуют «волновое уравнение» классической механики. Проводя далее оптическую аналогию, можно получить уравнение, имеющее непосредственное отношение к оптической траектории, в следующем виде:

$$(\text{grad } \varphi)^2 = \frac{1}{u^2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2,$$

где φ — фаза.

При этом допускается (Шредингер), что S пропорционально φ , т. е.

$\varphi = \frac{2\pi}{h} S = \frac{2\pi}{h} (S^* - Et)$, поскольку φ безразмерно, а S имеет размерность действия и, кроме

того, имеет место закон Планка $\frac{E}{h} = \nu$. Таким образом, поведение частицы можно описать волновым уравнением $\nabla^2 \Psi = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$. Положим $\Psi = \psi(x, y, z) e^{\frac{2\pi i E t}{h}}$, где $\psi(x, y, z) = e^{\frac{2\pi i S^*}{h}}$. Если подставить Ψ в уравнение, получим $\nabla^2 \psi = -\frac{4\pi^2 E^2}{h^2 u^2} \psi$. Однако $u^2 = \frac{E^2}{2m(E-U)}$ и, таким образом, получаем весьма известное волновое (но не квантовое) уравнение Шредингера

$$\nabla^2 \psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - U) \psi = 0.$$

3. Секвентность и дифференцирование по времени Дельсарта. В ряде наших публикаций [7-27] изучалась проблема временной и хронотопной (пространственно-временной) секвентности как с точки зрения общетеоретического и математического, так и с точки зрения прикладного использования в разных отраслях науки (классическая и квантовая механика, радиофизика, психоинформатика и др.). Основная идея этих публикаций состоит в том что вместо классического дифференцирования предлагается оператор дифференцирования, который является известным линейным дифференциальным самосопряженным оператором второго порядка Штурма-Лиувилля. Эта идея позаимствована нами в Дельсарта [28].

Оператор Штурма-Лиувилля (ОШЛ) L_t для случая временной секвентности порождается, в частности, дифференциальным выражением

$$L_t f = \frac{d}{dt} \left[p(t) \frac{df}{dt} \right] + q(t) f, t \in (a, b)$$

с соответствующими граничными условиями $f(a) = f(b)$, $f'(a) = f'(b)$ в гильбертовом пространстве $L^2(a, b)$ или эквивалентными им, где (a, b) — конечный или бесконечный интервал, p, q — непрерывные действительные функции и $p(t) > 0$ при всех $t \in (a, b)$.

Свойства времени, в частности, его неоднородность и трансляционные характеристики определяются собственными функциями $\varphi(t, \lambda)$ оператора L_t , и следовательно, ОШЛ. Для моделирования хронотопной и временной неоднородности и соответствующих трансляционных свойств используется оператор обобщенного сдвига (о. о. с.) Дельсарта, который в компактном виде как операторная функция от ОШЛ L_t дается следующим выражением

$$T_t^s = \varphi(s, L_t),$$

где $\varphi(s, \lambda)$ — собственная функция оператора L_s , λ — собственное значение, s — сдвиг или параметр сдвига, т. е. конкретное значение момента времени, на который «сдвигается» временная переменная t . Время, которое определяется оператором L_t , его собственными функциями $\varphi(t, \lambda)$ и о. о. с. T_t^s , называется неоднородным временем (неоднородной временной структурой) Эверетта-Дельсарта. В этом времени в качестве оператора дифференцирования берется L_t , а интегрирования L_t^{-1} .

4. Информация по Шеннону, информационная энергия и информационный гамильтониан. Кроме секвентности в наших публикациях затрагивалась также не менее важная проблема информативности и, в частности, информации и информационной энергии. Именно идея и понятие информационной энергии требует от нас уточнения таких фундаментальных понятий физики как гамильтониан и лагранжиан. Учитывая то, что количество информации может быть вычислено по формуле Шеннона в вероятностном случае, формулой Хартли-Шеннона в комбинаторном случае, формулой Колмогорова в алгоритмическом случае, формулами Колмогорова-Витушкина в случае метрических пространств и пространств различных функций [37-39], а также соответствующими формулами в других случаях (например, энтропийный подход к вычислению количества информации относительно пользователя в случае семантической информации), мы допускаем, что количественная величина информационной энергии I пропорциональна количеству информации [22-23, 25], т. е.

$$I = ki,$$

где k — константа размерности $\left[\frac{\text{Эн}}{\text{бит}} \right]$ или «кубитная» константа, которая равна количеству энергии, порождающей один бит информации.

Отметим, что это равенство напоминает формулу Эйнштейна $E = mc^2$ и формулу Планка $E = h\nu$.

В дальнейшем мы будем считать, что I как и i зависит от координат и времени, т. е. $I = I(q_1, \mathbf{K}, q_r, \mathbf{K}, t)$.

Таким образом, в декартовой системе координат гамильтониан и лагранжиан приобретут следующий вид:

$$H = T + V + I, \quad L = T - V - I.$$

Из этих равенств следует, что информационная энергия по своей физической сущности напоминает потенциальную энергию (зависимость от координат, определенная «скрытость» или потенциальность информационной энергии и др.).

5. Обобщенные секвентно-информационные уравнения. Для перехода к секвентно-информационного (или секвентного энерго-информационного) лагранжевого и гамильтонового формализма в случае временной секвентности необходимо, во-первых, в выражениях для производных по времени оператор $\frac{d}{dt}$ заменить на L_t и, во-вторых, в лагранжиане и гамильтониане учесть информационную энергию I (кроме кинетической T и потенциальной V). При этом, компоненты скорости и ускорения будут иметь следующий вид:

$${}^{\circ}q_r = L_t q_r, \quad q_r = L_t^2 q_r, \quad r = 1, 2, \dots$$

Тогда кинетическая энергия и компоненты силы будут даваться следующими выражениями соответственно:

$$T = \sum_r \frac{1}{2} m_r (L_t q_r)^2 = \sum_r \frac{1}{2} m_r ({}^{\circ}q_r)^2,$$

$$F_r = L_t (m_r {}^{\circ}q_r) = L_t p_r = L(m_r L_t q_r) = m_r L_t q_r = m_r {}^{\circ\circ}q_r.$$

Обобщенные (секвентные энерго-информационные) уравнения движения (обобщенные уравнения Лагранжа) или уравнения движения Лагранжа-Дельсарта-Шеннона (ЛДШ) можно записать в виде

$$L_t p_r = \frac{\partial L}{\partial q_r}, \quad r = 1, 2, \dots \quad \text{или} \quad p_r = \frac{\partial L}{\partial q_r}, \quad r = 1, 2, \dots$$

Далее, поскольку $\frac{\partial L}{\partial {}^{\circ}q_r} = p_r$ (по причине $\frac{\partial L}{\partial q_r} = \frac{\partial T}{\partial q_r} = m_r {}^{\circ}q_r = p_r$), то уравнения движения

ЛДШ в случае временной секвентности будут иметь также вид

$$L_t \frac{\partial L}{\partial {}^{\circ}q_r} = \frac{\partial L}{\partial q_r}, \quad r = 1, 2, \dots$$

Заметим, что лагранжиан для случая временной секвентности кроме координат зависит также от обобщенных (секвентных) скоростей ${}^{\circ}q_1, {}^{\circ}q_2, \dots$.

Энергия системы в рамках секвентного энерго-информационного лагранжевого формализма определяется формулой:

$$H(q_1, q_2, \dots; p_1, p_2, \dots; t) = -L(q_1, q_2, \dots; {}^{\circ}q_1, {}^{\circ}q_2, \dots; t).$$

Это выражение является следствием следующих равенств $H + L = 2T$ и $H = -L + 2T$.

Далее, учитывая выражение для $\frac{dL}{dt}$ из п. 1, предлагается его секвентное обобщение:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_t L &= L_t L + \sum_r \left(\frac{\partial L}{\partial q_r} L_t q_r + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} L_t \dot{q}_r \right) = L_t L + \sum_r (\dot{p}_r \dot{q}_r + p_r \dot{q}_r) = \\ &= L_t L + L_t \sum_r p_r \dot{q}_r = L_t L + L_t (H + L), \end{aligned}$$

где \mathbf{L}_t и L_t — аналоги полного и частичного дифференцирования.

Таким образом, $\mathbf{L}_t H = 0$, если $L_t = 0$, т. е. энергия сохраняется, если L не зависит от времени явно.

Используя выражение для обобщенной гамильтоновой функции или функции Гамильтона-Дельсарта-Шеннона в виде

$$H(q_1, q_2, \dots; p_1, p_2, \dots; t) = \sum_i p_i \dot{q}_i - L(q_1, q_2, \dots; \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots; t),$$

мы получаем систему уравнений

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i}, \quad i = 1, 2, \dots$$

Эти уравнения можно назвать уравнениями движения Гамильтона-Дельсарта-Шеннона (ГДШ).

Формально обобщая уравнение Гамильтона-Якоби, получаем обобщенное секвентно-информационное уравнение Гамильтона-Якоби или уравнение Гамильтона-Якоби-Дельсарта-Шеннона (ГЯДШ) как одно из основных уравнений энерго-информационной физики:

$$L_t S + H(q_1, q_2, \dots; \frac{\partial S}{\partial q_1}, \frac{\partial S}{\partial q_2}, \dots; t) = 0.$$

Отметим еще раз, что в лагранжиане, гамильтониане и интеграле действия учитывается информационная энергия. Если же в L , H и S не учитывается информационная энергия, то уравнения ЛДШ, ГДШ и ГЯДШ трансформируются в уравнения Лагранжа-Дельсарта (ЛД), Гамильтона-Дельсарта (ГД) и Гамильтона-Якоби-Дельсарта (ГЯД) соответственно. И, наконец,

при дальнейшем упрощении, т. е. при $L \equiv \frac{d}{dt}$ мы получаем обычные уравнения Лагранжа, Гамильтона и Гамильтона-Якоби.

В том случае, когда пренебрегается физическая энергия (т. е. кинетическая и потенциальная энергия) или она играет очень незначительную роль, то получим парадоксальный, на первый взгляд, факт равенства гамильтониана и лагранжиана со знаком минус, т. е. $H = -L$. С другой стороны, и H , и L будут зависеть только от координат и времени. Уравнения «движения» приобретают весьма специфический вид, $\frac{\partial L}{\partial q_r} = -\frac{\partial H}{\partial q_r}, r = 1, 2, \dots$, поскольку $H = I$ и

$$L = -I.$$

Принимая информационную энергию как такую, что может в дальнейшем раскрыться в некоторой виртуальной кинетике, мы можем ее приравнять некоторой кинетической энергии, которая определяется некоторой виртуальной «скоростью» и виртуальной «массой» (и следовательно, и виртуальным «импульсом»). Для оценки виртуального количественного вклада информационной энергии в формирование реальных физических величин (например, скорости) мы будем исходить из выражения для свободной энергии F через внутреннюю энергию E и энтропию S , т. е.

$$F = E - TS,$$

где T — абсолютная температура.

И. Юхновский [29] записывает эту формулу в следующем виде:

$$F = E + T \cdot \sigma,$$

где $\sigma = -S$ — неэнтропия, т. е. энтропия со знаком минус.

В случае идеального газа, когда количество микросостояний A , позволяющих получить данное макросостояние, можно записать следующее выражение, которое связывает информацию (количество) i с энтропией S и неэнтропией σ [30]:

$$i = K \ln A = -S = \sigma,$$

где K — постоянная, которая в общем виде не равна постоянной Больцмана в аналогичной формуле для энтропии.

Если условиться измерять количество информации i в единицах негэнтропии σ , т. е. допустить $K = k = 1,380 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{град}}$, то i и σ станут тождественными. Известно, что в теории информации условились брать за основу логарифма число 2. Из предыдущего следует, что информационная энергия I дается формулой:

$$I = kTi.$$

Исходя из того, что средняя годовая температура на поверхности Земли равна 4°C [29], легко видеть, что $T = (273 + 4)^\circ \text{K} = 277^\circ \text{K}$. Таким образом, в предыдущей нашей формуле $I = ki$, константа k будет равняться

$$k = kT = 1,380 \cdot 10^{-23} \cdot 277 \text{ Дж} = 38,226 \cdot 10^{-22} \text{ Дж}.$$

Фактически эта константа определяет количество информационной энергии, которая связана с одним битом информации. Есть ли это количество минимальным, достаточным или средним, необходимо изучить детальнее.

Используя формулу классической механики о связи энергии, скорости и массы в виде $E_r = \frac{m_r q_r}{2}$ и полагая $E_r = k$, получим для $\frac{q_r}{m_r}$ величину порядка $\frac{q_r}{m_r} \approx 8,74 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1}{\sqrt{m_r}} \text{ м/сек}$. Такая величина скорости, которая потенциально может быть вызвана информационной энергией, порождающей один бит информации, является весьма незначительной, и в классической механике может пренебрегаться как и соответствующая ей информационная энергия. Другое дело на уровне микромира, который описывается квантовой механикой, поскольку величины такого порядка уже есть достаточно существенными.

Исходя из предыдущего целесообразно рассмотреть детальнее информационную подфизику энерго-информационной физики.

6. Энтропийно-информационное пространство разнообразия Клаузиуса-Больцмана-Хартли-Шеннона-Эшби.

6.1. Разнообразие У. Эшби, пространство разнообразия и информациогенез. Понятие разнообразия относительно множества различаемых элементов У. Эшби употреблял в двух пониманиях: как количество разных элементов и как логарифм (при основе 2) этого количества [31].

Закон необходимого разнообразия У. Эшби можно сформулировать следующим образом: только разнообразие в одной сущности (пространстве разнообразия) может уменьшить разнообразие в другой сущности, т. е. разнообразие может уничтожить разнообразие [31]. Это же можно сформулировать в терминах энтропий.

Рассматривая разнообразие как определенную эволюцию некоторого множества начальных гомогенных единиц в гетерогенные единицы (процесс гетерогенизации), можно, во-первых, увеличить таким образом количество разнообразия и, во-вторых, определить разнообразие как отличие, возникающее вследствие неодинаковой проявленности кумуляции начально гомогенных изменений в системах [32]. Понятие пространства разнообразия (гетерогенного континуума) без его математического определения впервые вводится в работе [32] в контексте изучения информациогенеза как процесса порождения информации.

6.2. Физическая энтропия Р. Клаузиуса и принцип порядка Больцмана. Понятие физической энтропии ввел Р. Клаузиус при построении теории идеальных тепловых машин и, в частности, при новом описании цикла Л. Карно. Результаты Клаузиуса позволили осуществить различение между потоком энтропии и производством энтропии не только для цикла Карно, а и для других термодинамических систем [33].

Л. Больцман, изучая количество способов P , при помощи которых можно получить заданное распределение частиц (комплекс), решил отождествить энтропию S с количеством комплексов: каждое макроскопическое состояние энтропия характеризует количеством способов, которым оно может быть достигнуто. Знаменитое соотношение Больцмана выражает ту же

идею количественно. Коэффициент пропорциональности k в этой формуле — это универсальная постоянная, которая известна под названием «постоянная Больцмана».

Поскольку энтропия себя ведет как аттрактор для изолированных систем (изолированная система стремится или притягивается в состояние с максимальной энтропией), то принцип порядка Больцмана означает, что необоротное термодинамическое изменение является изменением в сторону более вероятных состояний и что состояние-аттрактор является макроскопическим состоянием, что соответствует максимуму вероятности. Из этого принципа следует, что наиболее вероятным состоянием, достижимым для системы, является такое, в котором события, которые происходят в системе одновременно, статистически взаимно компенсируются. Какое бы, в частности, не было начальное распределение, эволюция системы в конце концов (в конечном итоге) приведет к равномерному распределению. В замкнутой системе, которая определяется граничными условиями так, что ее температура T остается постоянной через теплообмен с окружающей средой, равновесие соответствует не максимуму энтропии, а минимуму свободной энергии $F = E - TS$, где E — энергия (внутренняя) системы. Соотношение $F = E - TS$ означает, что равновесие является результатом конкуренции между энергией и энтропией, а температура играет роль множителя, который определяет относительный вес этих двух факторов. При низких температурах перевес на стороне энергии (образуются упорядоченные низко энергетические структуры с малой энтропией как кристаллы), а при высоких температурах доминирует энтропия (в системе устанавливается молекулярный хаос). Очевидно, что предыдущее соотношение можно интерпретировать и в терминах негэнтропии и информационной энергии.

6.3. Обобщенный второй закон термодинамики. В работе [34] анализируется связь понятий количества информации и физической энтропии. Известно, что понятие энтропии позволяет дать количественное формулирование второго закона термодинамики, который запрещает в изолированной системе процессы, сопровождающиеся неувеличением энтропии. Если возможно поступление информации dI о системе, т. е. если физическая система является изолированной только в тепловом, а не в информационном отношении, то указанный закон необходимо обобщить, заменив неравенство $dS \geq 0$ неравенством $dS + dI \geq 0$. Итак, если имеет место поступление информации, то можно тепловую (а возможно, любую) энергию системы (без помощи холодильника) преобразовать в механическую (а возможно, в любую). Другими словами, по мнению Р. Стратоновича, возможен вечный двигатель второго рода, который питается информацией (а точнее, по нашему мнению, информационной энергией).

С учетом обобщения второго закона термодинамики Р. Стратонович делает вывод о необходимости энергетических затрат при фактическом измерении координат физической системы и записи этой информации. Если система находится при температуре T , то для получения и записи количества информации dI о ней необходимо затратить как минимум TdI энергии. В противном случае соединение автоматического измерителя и информационного преобразователя тепловой энергии в механическую дало бы вечный двигатель второго рода.

6.4. Мера и единица измерения информации Р. Хартли. Р. Хартли в работе [35] предлагает в качестве практической меры информации логарифм числа возможных последовательностей длины n из набора s символов, т. е.

$$h = \log s^n = n \log s.$$

Выбор той или иной основы логарифма определяет единицу измерения информации. При основании 2 получаем «биты».

6.5. Теория информации К. Шеннона. Подход Р. Хартли был в дальнейшем обобщен К. Шенноном [36]. При этом К. Шеннон ориентировался на передачу информации, о чем и говорит само название его фундаментальной работы «Математическая теория коммуникации» («A mathematical theory of communication»).

К. Шеннон рассматривает следующую модель связи (коммуникации) или передачи информации:

$$D \xrightarrow{\Gamma} \xi \xrightarrow{K} \eta \xrightarrow{\Pi} \eta' \xrightarrow{D} \xi' \xrightarrow{C} A,$$

которая состоит из следующих объектов: D — источник (продуцент) информации, ξ — сообщение на входе (месидж), η — сигнал на входе, η' — сигнал на выходе, ξ' — сообщение на выходе, A — адресат (потребитель) информации.

Объекты системы связаны между собой морфизмами (функциями, операторами): Γ — генерирование сообщений, K — кодирование, Π — передача (через канал связи), D — декодирование, C — потребление.

В дальнейшей объекты источника D и адресата A , как и соответствующие морфизмы (генерирования Γ и потребления C), не рассматриваются, поскольку математическая теория связи или шенноновская теория информации изучает процесс передачи информации, и не просто информации, а количества информации. Поэтому вопросы смысла, содержания, качества, полезности информации в шенноновской теории не рассматриваются, поскольку она является теорией передачи количества (в тех или других единицах) информации. Вопросы же качества, смысла, содержания, полезности информации связаны именно с источником и потребителем (адресатом) информации, которые тем или иным образом регулируются человеком как знатком реального мира (вещей), символики (знаков) и знаний (концептов).

Сокращенный фрагмент системы передачи информации можно рассматривать как категорию с объектами ξ, η, η', ξ' и морфизмами K, Π, D . Для идеальной системы связи $\xi = \xi', \eta = \eta'$. А это возможно тогда, когда $\Pi = T$, где T — тождественное преобразование, и $K \cdot D = T$, где \cdot — операция композиции. Очевидно, что канал будет тождественным преобразованием только в том случае, когда на него не действуют внешние помехи и когда сигнал не искажают внутренние дефекты канала. Стоит заметить еще раз, что системы передачи информации передают не информацию в широком смысле, а лишь количество (величину) информации.

Систему связи в целом характеризует та полезная «работа», которую она выполняет, передавая информацию от объекта ξ до объекта ξ' . Поскольку тут ξ, η, η', ξ' считаются случайными процессами, то на входе количество информации I дается величиной $H_W(\xi)$ — скоростью создания сообщений (по Шеннону), которая определяется так:

$$I = H_W(\xi) = \inf_{P_{\xi\xi'} \in W} I(\xi, \xi'),$$

где $I(\xi, \xi') = \int_{X \times Y} P_{\xi\xi'}(dxdy) \log \frac{P_{\xi\xi'}(dxdy)}{P_{\xi}(dx)P_{\xi'}(dy)}$ — количество информации в процессе ξ' относительно процесса ξ , $P_{\xi}(A) = P(\xi \in A)$ и $P_{\xi'}(A) = P(\xi' \in A)$ — распределения вероятностей процессов ξ и ξ' соответственно, $P_{\xi\xi'}(C) = P((\xi\xi') \in C)$ — совместное распределение вероятностей процессов ξ и ξ' , W -энтропия $H_W(\xi)$ определяется как нижняя грань информации $I(\xi, \xi')$ по некоторому классу W совместных распределений $P_{\xi\xi'} \in W$.

Канал характеризуется емкостью, которая определяется следующим образом:

$$V = \sup_{(\eta, \eta'); P_{\eta} \in Z} I(\eta, \eta') = \sup_{(\eta, \eta'); P_{\eta} \in Z} \int_{X \times Y} P_{\eta\eta'}(dxdy) \log \frac{P_{\eta\eta'}(dxdy)}{P_{\eta}(dx)P_{\eta'}(dy)},$$

где $P_{\eta} \in Z$ — некоторые ограничения на распределение P_{η} входного сигнала.

V называется пропускной способностью передающего устройства (канала) или его информационной емкостью. Емкость или объем сигнала считается равным емкости соответствующего канала, т. е. канала, средние характеристики которого (длительность использования, полоса частот и т. д.) равны средним характеристикам сигнала. Очевидно, что как I , так и V являются функциями времени, т. е. $I(t)$ и $V(t)$. С другой стороны, имеют место следующие асимптотические равенства:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = \infty, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = \infty.$$

Из теорем Шеннона следует (основные теоремы для канала без шума и с шумом или прямая и обратная теоремы по терминологии Р. Добрушина), что

$$\liminf_{t \rightarrow \infty} \frac{V(t)}{I(t)} > 1.$$

Это асимптотическое неравенство можно записать в следующем виде:

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{I(t)}{V(t)} < 1.$$

Интерпретация последних неравенств, и следовательно, и всей шенноновской теории информации может быть реализована следующим образом. Для этого рассматривается критерий (информационной) эффективности систем передачи и преобразования информации (универсальный информационный критерий), который был назван (В. Н. Михайловский) критерием удельной содержательности

$$\mu = \frac{I}{V},$$

где I — количество полученной потребителем информации, т. е. переданной данным сигналом (или переданной через данный канал), V — информационная емкость сигнала (канала), которая зависит от физических характеристик канала и сигнала (длительность сигнала, ширина полосы частот, мощность сигнала и шума и др.). Этот критерий дает возможность выбирать наиболее эффективную систему передачи (методы кодирования и модуляции, коды, переносчики и др.) информации при фиксированных параметрах канала (включая и помехи), вероятности правильного приема и ошибки, алфавита кодовых слов и др.

Очевидно, что величины I и V взаимосвязаны, поскольку они зависят от свойств кодера, декодера, сигнала, канала, приемника. Из теорем Шеннона следует, что $\mu < 1$. Таким образом, с физической точки зрения критерий μ фактически является одним из вариантов к. п. д., где роль полезной работы выполняет количество принятой информации, а роль затрат — информационная емкость системы передачи информации.

Существуют общие методы нахождения I и V (для кодовых систем, полунепрерывных и непрерывных систем и т. д.). Емкость канала для гауссовых стационарных сигналов и помех имеет вид (модификация формулы Шеннона для пропускной способности канала, т. е. умножение на T):

$$V = FT \log\left(1 + \frac{P_c}{P_u}\right),$$

где F — полоса частот канала, T — длительность передачи, P_c и P_u — мощность сигнала и шума соответственно.

Такое же выражение приводится и в статьях Шеннона.

Таким образом, выбирая T достаточно большим, можно приблизиться как угодно близко к передаче V двоичных единиц (битов) за время T . Шенноновская теория вписывается в целом в энерго-информационную физику, поскольку она доказывает, что для реальных систем передачи информации $0 \leq \mu < 1$.

Стоит отметить, что информационная энергия в значительной мере сконцентрирована в мощности сигнала P_c , и это весьма прозрачно отображено в формуле для V , а особенно в следующей форме:

$$\frac{P_c}{P_u} = 2^{\frac{V}{FT}} - 1.$$

Увеличение P_c ведет как к увеличению I , так и к увеличению V . А это означает поиск аттракционного оптимума.

6.6. Три подхода А. Колмогорова к определению понятия количества информации.

А. Н. Колмогоров в ряде своих работ [37, 39] выделяет и анализирует три подхода к определению понятия «количество информации»: комбинаторный, вероятностный и алгоритмический.

Известно, что при комбинаторном подходе количество информации, которая сообщается при указании определенного элемента в множестве из N объектов, принимается равной двоичному логарифму N , т. е. $H = \log N$ [35]. Например, имеем

$$C(m_1, \dots, m_s) = \frac{n!}{m_1! \dots m_s!}$$

различных слов в алфавите из s элементов, которые содержат по m_i вхождений i -й буквы нашего алфавита ($m_1 + \dots + m_s = n$). Поэтому количество информации, которая нас интересует, равна

$$H = \log C(m_1, \dots, m_s).$$

При n, m_1, \dots, m_s , стремящихся до бесконечности, имеет место асимптотическая формула

$$H \approx n \left(\sum_{i=1}^s \frac{m_i}{n} \log \frac{m_i}{n} \right).$$

Тут очевидна сходность этой формулы с формулой вероятностной теории информации

$$H = n \left(\sum_{i=1}^s p_i \log p_i \right).$$

Если наше слово образовано по хорошо известной схеме при помощи независимых испытаний, то асимптотическая формула является очевидным следствием вероятностной формулы и закона больших чисел.

На чисто комбинаторном подходе к понятию энтропии базируются работы А. Н. Колмогорова и его школы по ε -энтропии и ε -емкости компактных классов функций. Тут ε -энтропия $H_\varepsilon(K)$ — это количество информации, которая необходима для выделения из класса функций какой-то индивидуальной функции, а ε -емкость $C_\varepsilon(K)$ — количество информации, которая может быть закодирована элементами из K при условии, что элементы K , которые расположены один от другого на расстоянии не меньшем ε , надежно различимы.

Дадим теперь определение и основные свойства функций H_ε и C_ε .

Пусть A — непустое множество в метрическом пространстве R . Введем следующие определения:

Определение 1. Система γ множеств $U \subset R$ называется ε -покрытием множества A , если диаметр $d(U)$ любой $U \in \gamma$ не превышает 2ε и $A \subseteq \bigcup_{U \in \gamma} U$.

Определение 2. Множество $U \subset R$ называется ε -сетью для множества A , если любая точка множества A расположена на расстоянии, не превышающем ε от некоторой точки из U .

Определение 3. Множество $U \subset R$ называется ε -различимым, если любые две его различимые точки лежат на расстоянии, большем ε .

Доказывается следующая теорема. При любом ε существует конечное ε -покрытие и конечная ε -сеть, а также любое ε -различимое множество конечно.

Для вполне ограниченных A естественным образом вводятся следующие три функции, которые характеризуют в некотором смысле «массивность» множества A : $N_\varepsilon(A)$ — минимальное количество множеств в ε -покрытии A ; $N_\varepsilon^R(A)$ — минимальное количество точек в ε -сети для множества A ; $M_\varepsilon(A)$ — максимальное количество точек в ε -различимом подмножестве множества A .

Двоичным логарифмам определенных выше функций присвоены специальные названия: $H_\varepsilon(A) = \log N_\varepsilon(A)$ — минимальная ε -энтропия множества A или просто ε -энтропия множества A ; $H_\varepsilon^R(A) = \log N_\varepsilon^R(A)$ — ε -энтропия A относительно R ; $C_\varepsilon(A) = \log M_\varepsilon(A)$ — ε -емкость A .

Названия эти связаны с представлениями теории информации. Для их объяснения достаточно следующих весьма приблизительных указаний: а) в теории информации единицей «количества информации» является количество информации в одном двоичном знаке (т. е. в указании, что он равен 0 или 1); б) «энтропией» запаса возможных «сообщений», которые необходимо сохранить или передать с определенной точностью, называется количество двоичных знаков, необходимое для того, чтобы передать любое из этих сообщений с заданной точностью (т. е. такое h , что каждому сообщению x можно поставить в соответствие последова-

тельность $s(x)$ из h двоичных знаков, по которой сообщение x может быть восстановлено с необходимой точностью); в) емкостью передающего или запоминающего устройства называется количество двоичных знаков, которое оно способно надежно передать или сохранить.

Обратимся теперь к постановке задачи та некоторым результатам. Пусть F некоторое компактное семейство действительных (или комплексных) функций $f(x)$, определенных на некотором множестве G (норма — верхняя грань значений модуля функции на множестве G). Φ — метрическое расширение пространства F , т. е. такое пространство, которое содержит F как свое подмножество и имеет на ней тождественную метрику, а $T_\varepsilon^\Phi(f)$ — таблица любой функции $f(x) \in F$, которая состоит из p параметров y_1, \dots, y_p и расшифровывающего алгоритма $\Gamma(t)$ и которая восстанавливает $f(x)$ (всюду на G) с точностью до ε . Под $\Gamma(y)$ мы будем понимать действительный многочлен $P_x^k(y)$ от p переменных y_1, \dots, y_p , имеющий по каждой из переменных степень не выше $k \geq 0$, коэффициенты которого произвольным образом зависят от $x \in G$, такой, что для всякой функции $f(x) \in F$ можно указать такой набор значений параметров y_1, \dots, y_p , что при всяком $x \in G$

$$|f(x) - P_x^k(y)| \leq \varepsilon.$$

Верхний индекс в $T_\varepsilon^\Phi(f)$ указывает, что при всяком y $P_x^k(y)$ (как функция от x) является элементом пространства Φ .

Наша задача состоит в том, чтобы на основе общих свойств пространства F каким-то образом оценить снизу «сложность» таблиц для элементов из F . Сложность таблицы характеризуется двумя факторами:

- а) ее объемом (общим количеством двоичных разрядов, необходимых для записи всех параметров таблицы);
- б) сложностью расшифровывающего алгоритма (в рассматриваемом случае — величиной чисел p и k).

Введенное А. Н. Колмогоровым понятие ε -энтропии метрического пространства позволяет оценить порядок роста объема таблицы при увеличении точности запоминания функции.

Рассмотрим теперь, как чисто комбинаторный подход позволяет оценить «количество информации», которое содержится в переменной x относительно связанной с ней переменной y . Связь между переменными x и y , которые пробегают соответственно множества X и Y , состоит в том, что не все пары x, y , принадлежащие прямому произведению $X \times Y$, являются «возможными». По множеству возможных пар U определяются при любом $a \in X$ множества Y_a тех y , для которых $(a, y) \in U$.

Естественно, по мнению А. Н. Колмогорова, определить условную энтропию равенством

$$H(y/a) = \log N(Y_a)$$

($N(Y_x)$ — количество элементов в множестве Y_x), а информацию в x относительно y формулой

$$I(x, y) = H(y) - H(y/x).$$

Понятно, что $H(y/x)$ и $I(x, y)$ являются функциями от x (в то время как у по А. Н. Колмогорову входит в их обозначение в виде «связанной переменной»). Легко вводится в чисто комбинаторной концепции представление о «количестве информации, которая необходима для указания объекта x при заданных требованиях к точности указания». Например, в работе А. Г. Витушкина [38] изучается « ε -энтропия» множеств в метрических пространствах.

Очевидно, что $H(x/x) = 0$, $I(x, x) = H(x)$.

Возможности дальнейшего развития теории информации на основе предыдущих определений условной энтропии и количества информации остались, по мнению А. Н. Колмогорова, в тени по той причине, что придание переменным x и y характера «случайных переменных», которые имеют определенное совместное распределение вероятностей, позволяет получить

значительно более богатую систему понятий и соотношений. В параллель к введенным выше комбинаторным величинам в вероятностном подходе мы имеем

$$H_w(x) = -\sum_x p(x) \log p(x),$$

$$H_w(y/x) = -\sum_y p(y/x) \log p(y/x),$$

$$I_w(x, y) = H_w(y) - H_w(y/x).$$

Как и до сих пор $H_w(y/x)$ и $I_w(x, y)$ являются функциями от x . Имеют место неравенства

$$H_w(x) \leq H(x), H_w(y/x) \leq H(y/x),$$

которые переходят в равенства при равномерности соответствующих распределений (на X и на Y_x). Величины $I_w(x, y)$ и $I(x, y)$ не связаны неравенством определенного знака. Как и в комбинаторном случае, $H_w(x/x) = 0, I_w(x, x) = H_w(x)$. Однако, отличие состоит в том, что можно образовать математические ожидания $MH_w(y/x), MI_w(x, y)$, а величина $I_w(x; y) = MI_w(x, y) = MI_w(y, x)$ характеризует «тесноту связей» между x и y симметричным образом, т. е. $I_w(x; y) = I_w(y; x)$.

Стоит, однако, заметить и возникновение в вероятностной концепции одного парадокса: величина $I(x, y)$ при комбинаторном подходе всегда неотрицательна, как это естественно при наивном представлении о «количестве информации», величина же $I_w(x, y)$ может быть и отрицательной [37]. Истинной мерой «количества информации» теперь становится лишь усредненная величина $I_w(x; y)$.

Вероятностный подход адекватен в теории передачи по каналам связи «массовой» информации, состоящей из большого количества не связанных или слабо связанных между собой сообщений, подчиненных определенным вероятностным закономерностям. В такого рода вопросах практически не вредно и вкорененное в прикладных работах смешивание вероятностей и частот в границах одного достаточно длинного временного ряда (что получает строгое оправдание при гипотезе достаточно быстрого «перемешивания»).

Сделаем замечание относительно возможности дальнейшего развития теории информации на основе комбинаторных определений условной энтропии и количества информации, которая осталась по А. Н. Колмогорову в тени, то тут может быть адекватным следующий подход. Роль совместного распределения двух переменных, связанных между собой функцией или бинарным отношением (не исключаются и n -арные отношения), будет играть обратное число к количеству элементов графика отношения $\varphi \subset X \times Y$ (или соответствующей функции $f: X \rightarrow Y$) или к минимальному количеству множеств в ε -покрытии φ (или функции f). Аналогичным образом получают распределения для множеств X и Y . Такой подход дает возможность строго определить общее пространство разнообразия, которое концептуально рассматривается в работе [32].

Алгоритмический подход А. Н. Колмогорова базируется на использовании теории алгоритмов для определения понятия энтропии или сложности конечного объекта и понятия информации в одном конечном объекте про другой. Интуитивное отличие между «простыми» и «сложными» объектами чувствовалось наверно давно. На пути ее формализации возникает очевидная трудность: то, что просто описывается на одном языке, может не иметь простого описания на другом, и непонятно, какой способ описания выбрать. Основное открытие, которое сделано А. Н. Колмогоровым и одновременно Р. Соломоновым, состоит в том, что при помощи теории алгоритмов можно ограничить это своеволие, определив сложность почти инвариантно (замена одного способа описания на другой ведет лишь к прибавлению ограниченного слагаемого).

Если любой объект «просто» устроен, то для его описания достаточно небольшого количества информации; если же он «сложен», то его описание должно содержать много информации. По причине некоторых размышлений А. Н. Колмогоров называет введенную ниже величину «сложностью».

Стандартным способом подачи информации считаются двоичные последовательности, которые начинаются с единицы и которые являются двоичными записями натуральных чисел. Обозначим через $l(n)$ длину последовательности n .

Пусть мы имеем дело с некоторой областью объектов D , в которой уже имеется некоторая стандартная нумерация объектов номерами $n(x)$. Однако указание номера $n(x)$ далеко не всегда будет наиболее экономным способом выделения объекта x . Поэтому необходимо сделать сравнительный анализ разных способов подачи объектов из D . Достаточно ограничиться способами подачи, которые каждому двоичному числу p ставят в соответствие некоторый номер $n = S(p)$. Таким образом, способ подачи объекта из D становится ни чем другим, как функцией S от натурального аргумента с натуральными значениями. В дальнейшем мы будем рассматривать вычислимые функции. Такие методы подачи можно назвать «эффективными». Для каждого объекта из D естественно рассмотреть такие p , которые приводят к нему и имеют наименьшую длину $l(p)$. Эта наименьшая длина и будет «сложностью» объекта x при «способе подачи S »:

$$K_S(x) = \min l(p), S(p) = n(x).$$

На языке вычислительной математики можно назвать p «программой», а S — «методом программирования». Тогда можно говорить, что p является минимальной длиной программы, по которой можно получить объект x при методе программирования S . Если есть несколько разных способов подачи элементов из D S_1, \dots, S_r , то легко построить новый метод S , который будет давать нам любой объект $x \in D$ со сложностью $K_S(x)$, которая лишь приблизительно на $\log r$ будет превышать минимум из сложностей $K_{S_1}(x), \dots, K_{S_r}(x)$. Построение такого метода весьма просто [39]. Доказывается теорема, что среди вычислимых функций $S(p)$ существуют оптимальные, т. е. такие, что для любой другой вычислимой функции $S'(p)$

$$K_S(x) \leq K_{S'}(x) + l(S, S').$$

Понятно, что все оптимальные способы подачи объектов из D эквивалентны:

$$|K_{S_1}(x) - K_{S_2}(x)| \leq l(S_1, S_2).$$

Таким образом, из асимптотической позиции сложность $K(x)$ элемента x при ограничении эффективными способами подачи не зависит от случайных особенностей выбранного оптимального метода. Конечно, чисто практический интерес этого результата зависит от того, насколько велики различия в сложностях при разных весьма гибких, но вместе с тем и достаточно удобных и естественных методах программирования.

Сложность подачи какого-то объекта может быть облегчена тем, что уже задан какой-то другой объект. Этот факт отображает такое определение условной сложности объекта x при заданном объекте y :

$$K_S(x/y) = \min_{S(n(y), p) = n(x)} l(p).$$

Здесь метод условных определений S есть функцией двух аргументов — номера объекта y и номера p программы вычисления номера $n(x)$ при заданном y .

Если условная сложность $K(x/y)$ намного меньшая, чем безусловная сложность $K(x)$, то это естественно понять как указание на то, что в объекте y содержится некоторая «информация» об объекте x . Разницу

$$I_S(x; y) = K_S(x) - K_S(x/y)$$

естественно признать как количественную меру информации об x , которая содержится в y .

Будем допускать в качестве второго аргумента функции $S(n, p)$ число нуль и положим $S(n, 0) = n$ (нулевая программа из n вырабатывает n). Тогда

$$K_S(x/x) = 0, I_S(x; x) = K_S(x).$$

Таким образом, сложность $K_S(x)$ можно назвать информацией, содержащейся в объек-

те о себе самом.

Наше определение количества информации в прикладном отношении имеет тот перевес, что оно относится к индивидуальным объектам, а не к объектам, которые рассматриваются как включенные в множество объектов из заданным на нем распределением вероятностей. Вероятностное определение убедительным образом можно использовать для информации, содержащейся, например, в потоке поздравительных телеграмм. Однако было бы не очень понятно, если его использовать, например, к оценке количества информации, содержащейся в романе или в переводе романа на другой язык относительно оригинала. По-видимому, алгоритмическое определение способно внести в подобные применения теории хотя бы принципиальную ясность.

Возникает вопрос относительно того, позволяет ли это определение доказать ряд основных положений теории информации. Наперед понятно, что они должны иметь место лишь с точностью до аддитивных констант. Нельзя было ожидать, например, точного выполнения равенства

$$I(x; y) = I(y; x),$$

однако сначала казалось, что разница между левой и правой частями тут должна быть ограниченной. В действительности была установлена только более слабое неравенство типа

$$|I(x; y) - I(y; x)| = O(\log K(x, y)).$$

При этом установлено, что разница в действительности может иметь этот порядок.

Однако в применениях, где имеет место вероятностный подход, последнее неравенство вполне заменяет предыдущее равенство. Строгое равенство вероятностной теории информации позволяет делать реальные выводы лишь при использовании для большого количества пар (x_i, y_i) , т. е. по сути про информацию в (x_1, \dots, x_r) относительно (y_1, \dots, y_r) и наоборот. А такие же выводы получаются из последнего неравенства, где в этом случае выражением в правой части можно пренебречь.

После анализа алгоритмического подхода А. Н. Колмогоров делает следующие выводы: во-первых, теория информации должна предшествовать теории вероятностей, а не опираться на нее, поскольку основы теории информации имеют по своей сути финитный комбинаторный характер; во-вторых, использование теории вероятностей может получить единое обоснование, поскольку речь идет всегда о следствии гипотез о невозможности теми или другими указанными средствами уменьшить сложность описания изучаемых объектов, а такой подход не мешает тому, чтобы теория вероятностей как часть математики развивалась как специализация общей теории меры; в-третьих, понятия теории информации при использовании для бесконечных последовательностей дают повод к весьма интересным исследованиям, которые не являются необходимыми для основ теории вероятностей, однако могут получить существенное значение в исследовании алгоритмических проблем в математике в целом (доказательство Матиясевичем алгоритмической неразрешимости задачи решения диофантовых уравнений в целых числах, теорема Барздиня о медленном росте количества информации при доказательстве существования алгоритма решения первых n диофантовых уравнений и др.).

6.7. Пространство разнообразия как информационное пространство. Пространство разнообразия означает пространство, в котором осуществляется выбор из некоторого множества неоднородных признаков и отличий. А ситуация выбора всегда в той или иной мере связана с неопределенностью. Сам же выбор ведет к уменьшению неопределенности. Ограничение разнообразия через выбор и есть тем порогом, за которым может возникнуть и возникает информация, т. е. акт выбора преобразуется в акт производства информации.

В дальнейшем мы с определенным приближением будем отождествлять пространство разнообразия с информационным пространством. Для этого мы будем считать, что с каждой точкой пространства связана определенная информация (негэнтропия) или информационный потенциал поля. Этот потенциал зависит от некоторых характеристик точки (свойство и точность выбора и др.). Между двумя точками устанавливается информационное взаимодействие, которое численно равно количеству информации в одной точке относительно другой.

Исходя из того, что существует три подхода к определению понятия количества информации и унифицируя аналитические выражения для количества информации, поскольку они в

разних підходах мають однакову структуру, для кількості інформації отримо вираження

$$I(x; y) = H(x) - H(x/y),$$

де $H(x)$ — ентропія в точці x , $H(x/y)$ — умовна ентропія в x при умові y .

В кожному з підходів ця формула має свою інтерпретацію, як ми вже відзначали вище. Легко побачити, що $H(x/x) = 0$, $I(x;x) = H(x)$. С визначеною точністю в залежності від підходу (вероятнісний, комбінаторний або алгоритмічний) виконується також рівність $I(x; y) = I(y; x)$.

Якщо розглядати x і y як вектори в багатовимірному просторі, то величину $I(x; y)$ можна представляти як скалярне добуте [18]. Більше того, величину

$$d(x, y) = I(x/y) + I(y/x)$$

целесообразно розглядати як інформаційну відстань в інформаційному просторі, оскільки $d(x, y) \geq 0$, $d(x, x) = 0$, $d(x, y) = d(y, x)$, $d(x, y_1) + d(y_1, x) \geq d(x, y)$.

В якості інформаційної норми вектора або точки x вибирається його власна інформація $I(x, x)$ або ентропія. Очевидно, що $\|x\| = I(x, x) = H(x) \geq 0$.

Так побудоване інформаційне просторі в вероятнісному випадку будемо називати інформаційним просторі Шеннона, в комбінаторному — комбінаторним інформаційним просторі Колмогорова, а в алгоритмічному — алгоритмічним інформаційним просторі Колмогорова.

Л и т е р а т у р а :

1. Брилюен Л. Наука и теория информации. — М. — 1960.
2. Букалов А. В. Теория психоинформационного пространства, его полей и структур. Общая концепция // Соционика, ментология и психология личности. — 1999. — №5. — С. 3–6.
3. Грин Х. Матричная квантовая механика. — М., 1968. — 164 с.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. — М., 1958. — 207 с.
5. Gantmacher F. Lectures in analytical mechanics. — М., 1970. — 264 p.
6. Основные формулы физики. — М., 1957. — 658 с.
7. Дубров Я. Шоста проблема Гильберта та метаматематичні аспекти процесу моделювання. // Сучасні проблеми механіки й математики. — Львів, 1998. — С. 221–222.
8. Дубров Я. О. Теорія дескрипційних морфізмів. Моделювання ментальних стрибків у контексті теореми Гйоделя // Задачі та методи прикладної математики. — Вісник Львівського університету. — Сер. мех.-мат. — В. 50. — 1998. — С. 81–84.
9. Дубров Я. Моделювання неоднорідних системних середовищ: алгебри Мінковського. // Математичні проблеми механіки неоднорідних структур. Львів, 2003. — С. 496–498.
10. Дубров Я. О. Поетапне моделювання універсального В-простору Букалова. // Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики. — Львів, 2003. — С. 52.
11. Дубров Я. А. О математическом моделировании универсального В-пространства Букалова // Соционика, ментология и психология личности. — 2004. — №1. — С. 76–80.
12. Дубров Я. А. Моделирование холонной коммуникации в психоинформационном пространстве // Соционика, ментология и психология личности. — 2004. — №2. — С. 68–73.
13. Дубров Я. О. Рівняння Шрьодінгера-Дельсарта-Шеннона в просторі Гильберта-Шеннона // Десята Міжнародна наук. конф. ім. акад. М. Кравчука. — К., 2004. — С. 371.
14. Дубров Я. О., Пелешко В. А. Психоенергія, інформаційний метаболізм, психоінформатика в контексті узагальненого рівняння Шрьодінгера // Конф. молодих вчених із сучасних проблем мех. й матем. ім. акад. Я. С. Підстригача. — Львів, 2004. — С. 71–72.
15. Дубров Я. Оператор зсуву Дельсарта та ентропія Шеннона як підстава для узагальнення еволюційного хвильового рівняння Шрьодінгера // Міжнародна математична конф. ім. В. Я. Скоробогатка. — Львів, 2004. — С. 78.
16. Дубров Я. Нова неоекономічна інноваційна політика, перспективні комп'ютерні технології та енергоінформаційний простір // Національні інтереси. — Ч. 11. — Львів, 2004. — С. 110–123.
17. Дубров Я. О. Узагальнене рівняння еволюції Лакса-Дельсарта // Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики. — Львів, 2004. — С. 65.
18. Дубров Я. А. Психоінформатика, соционика і еволюція квантової механіки в квантову інформаційну фізику // Фізика свідання і життя, астрофізика і космологія. — 2005. — №1. — С. 3–17.

19. Дубров Я. О., Пелешко В. А. Моделювання еволюції як спірального процесу // Конф. молодих вчених із сучасних проблем мех. і матем. ім. акад. Я. С. Підстригача. — Львів, 2005. — С. 284–285.
20. Дубров Я. О. Потік інформаційної енергії Лакса-Дельсарта-Шеннона // Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики. — Львів, 2005. — С. 81–82.
21. Дубров Я. О. Про математичні підстави нової фізики: геометрія та інформація // Одинадцята Міжнародна конф. ім. акад. М. Кравчука. — К., 2006. — С. 819.
22. Дубров Я. О. Про математичні підстави нової фізики: еволюція, катастрофи та синергізм // Одинадцята Міжнародна конф. ім. акад. М. Кравчука. — К., 2006. — С. 820.
23. Дубров Я. Про математичне моделювання неоднорідного хронотопу // Математичні проблеми механіки неоднорідних структур. — Львів, 2006. — С. 216–220.
24. Дубров Я. О. Хронотопні структури енерго-інформаційної фізики: принципи побудови // Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики. — Львів, 2006. — С. 57.
25. Дубров Я. О. Хронотопні структури енерго-інформаційної фізики: фізична інтерпретація. // Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики. — Львів, 2006. С. 58.
26. Дубров Я. А. Тривременная спираль эволюции // Соционика, ментология и психология личности. — 2006. — №3. — С. 72–82.
27. Дубров Я. О. До енерго-інформаційної фізики! Принципи переходу та хронотопні структури. // Текст доповіді на Міжнародній конф. із соціоніки. — К., 2006.
28. Delsarte J. Sur une extension de la formule de Teylor. // Journal Math. pures et appl. — 1938. — V. 17. — P. 213–230.
29. Юхновський І. Термодинаміка й стійкість політичної системи // Універсум. — 1993. — №1. — С. 3–5.
30. Алексеев Г. Н. Энергоэнтропика. — М., 1983. — 192 с.
31. Эшби У. Р. Введение в кибернетику. — М., 1959. — 432 с.
32. Кочергин А. Н., Цайер З. Ф. Информациогенез и вопросы его оптимизации. — Новосибирск., 1977. — 232 с.
33. Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. — М., 1986. — 432 с.
34. Стратонович Р. Л. Теория информации. — М., 1975. — 424 с.
35. Хартли Р. Передача информации // Теория передачи информации и ее приложения. — М., 1959. — С. 5–35.
36. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. — М., 1963. — С. 243–332.
37. Колмогоров А. Н. Три подхода к определению понятия «количество информации» // Теория информации и теория алгоритмов. — М., 1987. — С. 213–223.
38. Витушкин А. Г. Оценка сложности задачи табулирования. — М., 1959. — 228 с.
39. Колмогоров А. Н. Комбинаторные основания теории информации и исчисления вероятностей // Теория информации и теория алгоритмов. — М., 1987. — С. 238–250.

Статья поступила в редакцию 12.01.2009 г.

Dubrov Ya.A.

Sequential energy-informative Lagrangian and Hamiltonian formalism: temporal sequention

The energy- information conception of physics acc. to Brillouin and Boukalov extends on Lagrangian and Hamiltonian formalism taking into account temporal sequention.

Keywords: Lagrangian, Hamiltonian, equalizations of motion, sequention, information energy, information theory, entropy, quantity of the information, variety space, information space.