Ядерная физика

УДК 539.17;691.039

Дубров Я. А.

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА АТОМНЫХ ЯДЕР И АЛГЕБРА МЕНДЕЛЕЕВА-МИНКОВСКОГО

Институт прикладных проблем механики и математики им. Я. С. Пидстригача НАН Украины, г. Львов

Предложен метод кодирования атомных ядер двумерными векторами. Исследованы алгебраические свойства двумерного ядерного пространства. Описана алгебра Менделеева-Минковского и построена периодическая система атомных ядер.

Ключевые слова: ядра атомов, периодическая система, алгебра Менделеева-Минковского.

Сначала процитируем высказывание В. Вайскопфа из статьи «Физика XX столетия» [1]: «Для свойств ядер также существует своя периодическая таблица, которая подобна менделеевской». Поэтому в дальнейшем мы будем считать, что таблица Д. Менделеева является первым приближением для таблицы атомных ядер. Это допущение необходимо нам для построения линейной векторной модели периодической системы атомных ядер (периодера).

1. Кодирование атомных ядер двумерными векторами

Известно, что каждое атомное ядро характеризуется количеством протонов и нейтронов, а также их энергией связи в ядре. Количество протонов, нейтронов и энергия связи изменяются от ядра к ядру. Правда, здесь необходимо уточнение, связанное с тем, что в изотопах одного ядра количество протонов постоянно и не изменяется. Естественным образом каждое ядро можно характеризовать вектором (кортежем, словом) с первой компонентой, которая равна количеству протонов N_p , и другой — количеству нейтронов N_n. Энергия связи имеет несколько другую природу, которая не связана с зарядом. Поэтому часто мы ее будем обозначать вектором с нулевыми компонентами 00. Итак, в дальнейшем каждому ядру мы ставим в соответствие или вектор (x,y), или кортеж $<x,y>$, или просто слово xy, где x — количество протонов, а y — количество нейтронов в ядре.

Далее, кроме вектора 00 необходимо рассматривать также вектор 01, который кодирует атомное ядро, состоящее только из одного нейтрона. Кстати, это ядро можно зафиксировать и в таблице атомных ядер. Более общую идею мы уже выдвигалиали в несколько другой форме в анонсе нашего доклада в июле 1996 г. под названием «От нейтронной звезды до черной дыры: категорно-функторная модель закона ядерных изотопов и ядерных реакций». Подобная же идея была зафиксирована А. Зыковым в Париже (1 апреля 1996 г.), которая состояла в том, что в периодической таблице элементов под номером 0 рассматривался элемент *Nr* с одним нейтроном [2].

Рассмотрение ядер 00, 01, 10 нам, очевидно, необходимо для фиксации нулевых и единичных векторов при построении алгебры на атомных ядрах.

2. Алгебраические свойства двумерного ядерного пространства. Алгебра Менделеева-Минковского

Анализ ядерных реакций показывает, что ядерный процесс должен начинаться с невозбужденных частиц (ядер) и заканчиваться такими же или другими также невозбужденными частицами (ядрами). Возбужденное состояние представляет собой лишь промежуточный эпизод (переходной процесс) в переходе от одних невозбужденных состояний к другим, который имеет ограниченную длительность жизни. Поэтому всякая ядерная реакция должна происходить по следующей полной схеме [3]:

$$A + a\,D\,C^*\,D\,B + b,$$

где A и B — два невозбужденных ядра, C^* — возбужденное ядро, a и b — частицы (ядра), захватывая которых эти ядра преобразуются в «сложные ядра», находящиеся в возбужденном состоянии.

Процессы $A + a \to C^*$ и $C^* \to B + b$ являются, по мнению Я. Френкеля [3], «незаконченными». Законченным может быть лишь процесс

$$A + a \to B + b,$$

который осуществляется через промежуточное состояние C^*.

Обычно, реакцию

$$A + a \to C^* \to B + b$$

называют прямой ядерной реакцией, а реакцию

$$B + b \to C^* \to A + a$$

— обратной реакцией.

В дальнейшем мы вместо стрелок будем использовать знаки равенства, а операцию сложения + для двумерных векторов-слов будем осуществлять покомпонентно. Кроме того, записывая приведенные выше «незаконченные» процессы в виде $A + a = C^*$ и $C^* = B + b$ и пользуясь обычными алгебраическими операциями, мы формально можем записать $A = C^* - a$ и $B = C^* - b$. А это означает, что для записи и для изучения ядерных реакций необходимо рассматривать как операцию сложения + , так и операцию разности – . Далее, для записи некоторых ядерных реакций для определенных ядер нужно вводить коэффициенты, которые просто необходимы для того, чтобы можно было поставить знак равенства, символизирующий равенство количества протонов и нейтронов как справа, так и слева от знака равенства.

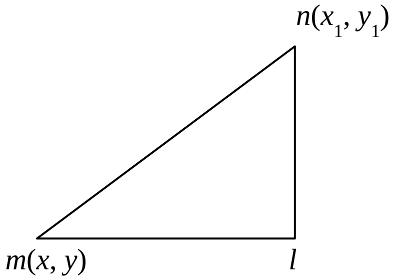
Операция разности еще не означает, что мы рассматриваем «отрицательные» ядра (или ядра со знаком минус). Это только означает, что от одного ядра «отщепляется» его часть, которая также может интерпретироваться как ядро.

Другой аргумент в пользу введения операции разности — это необходимость изучения расстояния между ядрами при помощи вектора расстояния.

Прежде чем рассматривать векторное расстояние, остановимся на скалярном расстоянии, являющимся базой векторного расстояния и преобразующим множество в метрическое пространство. В частности, при использовании координатной системы метрическое пространство возникает тогда, когда расстояние между точками $m(x, y)$ и $n(x_1, y_1)$ определяется по формуле [4]:

$$\rho(m, n) = |x - x_1| + |y - y_1|.$$

На рисунке можно увидеть, что $\rho(m, n)$ равняется сумме длин катетов треугольника mln, в котором mn — гипотенуза, а катеты mn и ln параллельны осям координат.



Поскольку длина гипотенузы не превышает суммы длин катетов, то всегда $d(m, n) \le \rho(m, n)$, где $d(m, n)$ — обычное геометрическое расстояние, т. е.

$$d(m,n) = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}$$

Если подставить в неравенство выражения для расстояний d и ρ и положить $x_1 = y_1 = 0$, то будем иметь интересное неравенство

$$\sqrt{x^2+y^2} \le |x| + |y|$$

Свойства симметричности ρ(*m, n*)=ρ(*n, m*), неотрицательности ρ(*m, n*)≥0, невырожденности ρ(*m, m*)=0 и неравенства треугольника (аксиомы треугольника) ρ(*m, n*) ≤ρ(*m, l*)+ρ(*l, n*) для расстояния ρ (*m, n*) очевидны.

Также, очевидно, что расстояние ρ(*m, n*) является частным случаем расстояния

$$d_p^p\ (m, n) = \sqrt{|x - x_1|^p + |y - y_1|^p}\ .$$

Итак, базируясь на определении расстояния ρ, под векторным расстоянием между атомными ядрами x_1y_1 и x_2y_2 мы будем понимать следующий вектор-слово:

$$\Delta = \Delta_1\Delta_2 = |x - x_1||y - y_1|.$$

Очевидно, что этот вектор расстояния удовлетворяет всем четырем свойствам расстояния.

Множество всех двумерных ядерных векторов образует двумерное ядерное векторное пространство или ядерную плоскость. Характерной чертой ядерного пространства (ядерной плоскости) является то, что компоненты векторов этого пространства принимают целочисленные значения (количество протонов и нейтронов).

Над векторами в ядерном пространстве можно выполнять операции сложения, разности и умножения на целое число. Суммой и разностью векторов $x = x_1x_2$ и $y = y_1y_2$ называются соответственно следующие вектора:

$$z = x + y = z_1z_2 = x_1 + y_1x_2 + y_2,$$

$$u = |x - y| = u_1u_2 = |x_1 - y_1| \cdot |x_2 - y_2|.$$

Произведением вектора x на число n = 0, 1, 2, ... называется вектор

$$w = nx = nx_1nx_2.$$

Операции над векторами в ядерном пространстве удовлетворяют следующим свойствам:

1. $x + y = y + x$ (коммутативность),
2. $x + (y + z) = (x + y) + z$ (ассоциативность),
3. $x — x = \mathbf{0}$,
4. $\mathbf{0} + x = x$,
5. $n\ (x+y) = nx + ny$ (дистрибутивность),
6. $(n + m)x = nx + ny$ (дистрибутивность),
7. $n(mx) = (nm)x$ (ассоциативность умножения),
8. $0x = \mathbf{0}$,
9. $n\mathbf{0} = \mathbf{0}$,
10. $1x = x$,

где *m*, *n*, 1, 0 — целые числа, *x*, *y*, *z* — двумерные ядерные вектора, $\mathbf{0}$ = 00 — нулевой вектор.

К этим свойствам можно прибавить свойство коммутативности операции разности, т. е. $|x - y| = |y - x|$.

Назовем нормой (весом, «атомным весом», массовым числом) в ядерном векторном пространстве число $||x||$, которое ставится в соответствие каждому вектору так, что при этом выполняются следующие свойства:

1. $||x|| \ge 0$,
2. $||x|| = 0$ тогда и только тогда, когда $x = \mathbf{0}$,
3. $||mx|| = |m| \cdot ||x||$,
4. $||x+y|| \le ||x|| + ||y||$.

Легко видеть, что такой нормой есть сумма количества протонов и количества нейтронов в ядре (массовое число, «атомный вес»), т.е. $A = N + Z$, где N — количество нейтронов, Z — количество протонов. Таким образом, для вектора $x = x_1x_2$ нормой является следующее число: $||x|| = x_1 + x_2$.

Двумерное ядерное векторное пространство M_2 с определенной на нем нормой будем называть двумерным пространством Менделеева-Минковского (или линейной алгеброй Менделеева-Минковского) [5–7].

Запись ядерных реакций в ядерном пространстве приобретает форму сложения или разности векторов и умножения на целое число. Например, ядерная реакция в традицонных обозначениях

$$_{13}Al^{27} + {_2}He^4 \rightarrow {_{15}}P^{31*} \rightarrow {_{14}}Si^{30} + 1H^1$$

в наших обозначениях приобретает следующий вид:

$$(13, 14) + (2, 2) = (15, 16) = (14, 16) + (1, 0).$$

Здесь двумерные вектора (слова) ab обозначаемо через (a, b).

Конечный фрагмент прямой ядерной реакции для этого случая можно представить в виде следующей разности (используя при этом возбужденное ядро):

$$(15, 16) — (1, 0) = (14, 16).$$

Аналогичную запись можно сделать и для обратной реакции:

$$(15, 16) — (2, 2) = (13, 14).$$

Таким образом, мы видим, что разность между атомными ядрами является атомным ядром. Из предыдущего следует также, что модуль разности между атомными ядрами является также и векторным расстоянием между этими ядрами. Рассматривая в дальнейшем разность между атомными ядрами как такую, что снова дает атомное ядро, мы должны эту разность заменить модулем разности, поскольку атомные ядра с минусом не имеют физического смысла. Этим самим мы приходим к следующему утверждению:

Утверждение 1. Каждому вектору расстояния между атомными ядрами можно поставить в соответствие определенное атомное ядро (как точку двумерного ядерного пространства) и, наоборот, каждому атомному ядру ставится в соответствие некоторый вектор расстояния.

Из этого утверждения следует, что вектор расстояния между двумя атомными ядрами (которому — вектору — соответствует определенное атомное ядро), первое из которых находится в i-м ряде и j-й группе таблицы, а второе — в k-м ряде и l-й группе, равняется модулю разности вектора расстояния первого ядра (из i-го ряда и j-й группы) и второго промежуточного ядра (из i-го ряда и l-й группы) и вектора рсстояния второго промежуточного ядра (из i-го ряда и l-й группы) и второго (конечного) ядра (из i-го ряда и l-й группы). Обозначим первое ядро через x, промежуточное ядро — через y, а второе конечное ядро — через z. Тогда сформулированное выше следствие из утверджднния 1 можно записать следующим образом:

$$|x–z|=||x–y|–|y–z||,$$

где x, y, z — двумерные ядерные векторы.

Предыдущее равенство является характерной чертой периодиченской системы атомных ядер (периодера), и, таким образом, алгебры Менделеева-Минковського.

Отметим, что при $x=z$ $|x–z|=0$, при $x=y$ $|x–z|=|y–z|$, при $y=z$ $|x–z|=|x–y|$, при $y=0$ $|x–z|=|x–z|$.

Здесь неоходимо отметить, что в результате нахождения вектора расстояния между двумя ядрами мы можем получить такой вектор, которому не соответствует ни одно ядро из периодера. Если к ядрам из периодера добавить также ядра изотопов [8], то ядерное пространство намного расширится, и это искомое соответствие можно найти. Однако это не исчерпывает проблему. Поэтому к изотопам необходимо прибавить возбужденные ядра [3], а также, возможно, и другие феномены с ядрами. О некоторых из них мы будем говорить в следующем пункте.

3. Ядерные реакции в ядерном пространстве

Для записи ядерных реакций, а также для трансляции их установившихся записей на язык ядерного пространства Менделеева-Минковского необходимо, вообще говоря, переписать периодическую систему элементов Менделеева, которая является, как уже отмечалось выше, первым приближением к периодической системе атомных ядер, в терминах кодирования ядер двумерными векторами. Такая таблица-система приводится ниже (см. Таблица 1). На базе этой таблицы могут быть построены еще две таблицы. Одна из них — это таблица разностей (по модулю) атомных ядер, а вторая — их сумм. При помощи первой таблицы можно описывать не только ядерные реакции «отрывания» (или «отщепления») одних атомных ядер от других, но и находить вектор расстояния между данными атомными ядрами. Очевидно, что в этом случае каждому вектору расстояния однозначно соответсвует определенное атомное ядро. Другая таблица описывает ядерные реакции синтеза (суммирования) некоторого ядра из двух других ядер. Очевидно, как первая, так и другая таблицы начинаются из следующих ядер (0, 0), (0, 1), (1, 0).

В ядерных реакциях имеет место и реализуется также операция умножения на натуральное число, которая постулируется в нормированном (метрическом) линейном пространстве Менделеева-Минковского. О необходимости существования числовых коэффициентов перед некоторыми ядрами отмечалось в предыдущем пункте.

Для примера рассмотрим ядерную реакцию захвата протона ядрами тяжелого изотопа лития и образования неустойчивого ядра изотопа бериллия, которое распадается на два ядра гелия. Этот процесс описывается следующей ядерной реакцией:

$$(3, 4) + (1, 0) = (4, 4)^{*} = 2 \cdot (2, 2).$$

При этом выделяется определенная энергия (17,2 MeV), которая может быть символически учтена в слагаемом (0, 0). Это означает, что в пространстве Менделеева-Минковского не учитываются енергетические процессы. Кроме того, в этому пространстве не учитываются другие элементарные частицы (электрон, нейтрино, позитрон и др.), которые отличаются от адронов (протонов и нейтронов). Для учета этого необходимо перейти на другой уровень иерархии, например, кварков, из которых сосотоят некоторые элементарные частицы.

Еще один пример ядерной реакции, которая происходит при бомбардировке дейтонами ядра бора:

$$(5, 5) + (1, 1) = (6, 6)^{*} = 3 \cdot (2, 2).$$

При этом образуется возбужденное ядро углерода, которое расщепляется на три ядра гелия с общей энергией около 19 MeV.

Нейтроны получаются при бомбардировке ядра берилия быстрыми α-частицами, что фиксируется следующей ядерной реакцией:

$$(4, 5) + (2, 2) = (6, 7)^{*} = (6, 6) + (0, 1).$$

Очевидно, можно рассматривать намного более сложные линейные преобразования в ядерном пространстве Менделеева-Минковского, которые будут иметь свои соответствия в реальных ядерных реакциях, а также определенную физическую интерпретацию.

4. Категорная модель периодера

Кроме модели ядерного пространства Менделеева-Минковского можно предложить категорную модель периодера, в которой бы учитывалась реальная ситуация существования для каждого атомного ядра ряда изотопов. В этой же модели очевидным образом будут иметь место как алгебраические свойства ядерного пространства, так и специфические категорные свойства операций на объектах и морфизмах (декартовы произведения объектов, операции и кооперации на морфизмах, инициальные и финальные объекты, нулевые морфизмы и. т. д.).

В качестве объектов модельной категории можно выбрать объекты ядер, под которыми мы будем понимать множества (в том числе и упорядоченные) всех без исключения изотопов данного атомного ядра. Для двух фиксированных объектов ядер в качестве морфизмов берутся те ядра, которые, суммируясь в ядерной реакции с первым объектом, в результате дают другой объект. Когда же эти ядра-морфизмы отщепляются от первого объекта, то второй объект является результатом этого отщепления. Таким образом, морфизмы можно разделить на два класса: морфизмы синтеза, когда в результате сложения ядер получается новое ядро, и морфизмы отщепления, когда новое ядро получается в результате ядерной реакции отнимания от начального ядра некоторой его ядерной части. В ядерном пространстве морфизмы синтеза описываются в терминах операции сложения векторов ядер, а морфизмы отщепления — операции модуля разности этих векторов.

Очевидно, что тождественным морфизмом (как для морфизмов синтеза, так и для морфизмов отщепления) является вектор (0, 0).

Для приобретения легитимности категорной моделью периодера необходимо доказать асоциативность как операции сложения векторов, так и операции модуля разности векторов. На эмпирическом уровне эта ассоциативность следует непосредственно из ядерных реакций.

Таким образом, для морфизмов синтеза (а возможно, и категории синтеза) можно предложить следующую диаграмму:

$$a \xrightarrow{|x-y|} b \xrightarrow{|u-v|} c = a \xrightarrow{|(x+u)-(y+v)|} c.$$

а для морфизмов отщепления (а возможлно, и категории отщепления) — диаграмму:

$$a \xrightarrow{|x-y|} b \xrightarrow{|u-v|} c = a \xrightarrow{||x-u|-|y-v||} c.$$

Эти диаграммы согласуются с алгеброй Менделеева-Минковского.

Таблица 1. Периодическая система атомных ядер (периодер)

Периоды	Ряды	Группы									
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
0	0	0.0	0.1								
I	I	I.0							2.2		
2	2	3.4	4.5	5.6	6.6	7.7	8.8	9.10	10.10		
3	3	11.12	12.12	13.14	14.14	15.16	16.16	17.18	18.22		
4	4	19.20	20.20	21.24	22.26	23.28	24.28	25.30	26.30	27.32	28.31
	5	29.34	30.35	31.39	32.41	33.42	34.45	35.45	36.47		
5	6	37.48	38.50	39.50	40.51	41.52	42.54	43.56	44.57	45.58	46.60
	7	47.60	48.64	49.66	50.69	51.71	52.76	53.74	54.77		
6	8	55.78	56.81	57.82	58.82	59.82	60.84	61.84			
	9	62.88	63.89	64.93	65.94	66.96	67.98	68.99			
	10	69.101	70.103	71.104	72.107	73.108	74.110	75.111	76.114	77.116	78.117
	11	79.118	80.121	81.123	82.125	83.126	84.126	85.125	86.136		
7	12	87.136	88.138	89.138	90.142	91.140	92.146	93.144			
	13	94.148	95.148	96.147	97.148	98.148	99.155	100.157			
	14	101.157	102.153	103.153	104.157	105.156					

Литература:

1. *Вайскопф В.* Физика XX века. // Будущее науки. В. 4. — М., 1971.
2. *Zykov A. A.* Classificacion periodique des elementes. — Paris, 1996. — 2 p.
3. *Френкель Я. И.* Принципы теориии атомных ядер. — М.-Л., 1955, 248 с.
4. *Шрейдер Ю. А.* Что такое расстояние? — М., 1963. — 76 с.
5. *Дубров Я.* Моделювання неоднорідних системних середовищ: алгебри Мінковського. // Зб. «Математичні проблеми механіки неоднорідних структур». — Львів, 2003. — С. 496-498.
6. *Дубров Я. О.* Поетапне моделювання універсального *B*-простору Букалова. // Зб. „Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики”. — Львів, 2003. — С. 52.
7. *Дубров Я. А.* О математическом моделировании универсального *B*-пространства Букалова. // Соционика, ментология и психология личности. — 2004. — №1. — С. 76–80.
8. *Власов Н. А.* Нейтроны. — М., 1955. — 427 с.

Статья поступила в редакцию 9.12.2004 г.

Dubrov Ya. A.

Periodic system of atomic nucleus and Mendeleyev-Minkovsky algebra

The method of coding of atomic nucleus by two-dimensional vectors is offered. Algebraic properties of two-dimensional nuclear space are explored. Mendeleyev-Minkovsky algebra is featured and the periodic system of atomic nucleus is constructed.

Keywords: nucleus of atoms, periodic system, Mendeleyev-Minkovsky algebra.