

Николенко А. Д.

## К ВОПРОСУ ДИНАМИКИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ С ПЕРЕМЕННОЙ МАССОЙ

e-mail: [alnico@ukr.net](mailto:alnico@ukr.net)

Показано, что уравнение Мещерского более корректно именовать уравнением движения материального тела с разделяющейся массой. Получено уравнение динамики материальной точки с переменной массой, описывающее движение материальной точки, изменение инертной массы которой не связано с изменением ее импульса. Отмечены особенности движения точки с изменяемой инерцией, в частности способность к ускоренному движению без воздействия внешних сил и без взаимодействия с внешней средой.

*Ключевые слова:* динамика материальной точки, движение частиц с переменной массой.

В классической механике важное значение имеет случай движения материальной точки (частицы) с изменяемой массой, см. например [1]. Динамика такого движения считается хорошо изученной и описывается известным уравнением Мещерского:

$$M \frac{dv}{dt} = \mathbf{R}_{\text{внеш}} + \frac{dM}{dt} \mathbf{v}_{\text{уход}}. \quad (1)$$

Здесь  $M$  — масса исследуемой материальной точки,  $\mathbf{R}_{\text{внеш}}$  — внешняя сила, действующая на нее,  $\mathbf{v}$  — скорость этой точки,  $\mathbf{v}_{\text{уход}}$  — скорость отделяемой массы. Уравнение (1) часто именуют *уравнением движения материальной точки с переменной массой*. Однако в этой формулировке заложена неточность, заключающаяся в том, что имеется в виду не изменение инертной массы материальной точки, а ее разделение на отдельные частицы, суммарная масса которых, тем не менее, остается неизменной. Это противоречит самому понятию материальной точки, которое предполагает ее неделимость.

Поэтому уравнение Мещерского более корректно именовать уравнением динамики *материального тела с разделяемой массой*.

В связи с этим возникает вопрос, как будет выглядеть уравнение движения материальной точки с переменной инертной массой, и каковы особенности такого движения.

Рассмотрим замкнутую систему, состоящую из движущейся материальной точки, которая не может быть разделена на отдельные частицы, но при этом ее масса некоторым способом может быть изменена. Другими словами, полагаем существование некоторого способа изменения инерции этой точки. Для нее можно записать:

$$\mathbf{R}_{\text{внеш}} = \frac{d\mathbf{P}}{dt} = \frac{dM\mathbf{v}}{dt}. \quad (2)$$

Здесь  $\mathbf{P} = M\mathbf{v}$  — импульс материальной точки. Поскольку в нашем случае масса точки  $M = M(t)$  и ее скорость  $\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)$ , т.е. с течением времени могут изменяться, то уравнение (2) примет вид:

$$\mathbf{R}_{\text{внеш}} = \frac{dM\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{v} \frac{dM}{dt} + M \frac{d\mathbf{v}}{dt},$$

или

$$M \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{R}_{\text{внеш}} - \mathbf{v} \frac{dM}{dt}. \quad (3)$$

Это уравнение и является уравнением движения точки с переменной массой, или, точнее, с изменяемой инерцией. Отсюда ускорение  $\mathbf{a}$ , с которое будет испытывать точка, равно:

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{1}{M} \left( \mathbf{R}_{\text{внеш}} - \mathbf{v} \frac{dM}{dt} \right). \quad (4)$$

Если на тело не действуют внешние силы, т.е.  $\mathbf{R}_{\text{внеш}} = 0$ , то из соотношения (4) следует:

$$a = \frac{dv}{dt} = - \frac{v}{M} \frac{dM}{dt}. \quad (5)$$

Здесь переход к скалярным величинам правомерен, так как векторные величины направлены по одной прямой. Таким образом, точка может ускоряться даже в случае, если на нее не действуют внешние силы  $R_{\text{внеш}} = 0$ , и не происходит отделение ее массы  $v_{\text{выход}} = 0$ . Отметим, что ускорение движения точки возрастает с уменьшением ее инертной массы.

Уравнение (5) можно привести к виду:

$$\frac{1}{v} \frac{dv}{dt} = - \frac{1}{M} \frac{dM}{dt}.$$

Интегрируя это уравнение от значений переменных, которые они имели в начале разгона  $v_{\text{н}}, M_{\text{н}}$ , до их значений в конечный момент  $v_{\text{к}}, M_{\text{к}}$ , имеем:

$$\int_{v_{\text{н}}}^{v_{\text{к}}} \frac{dv}{v} = \int_{M_{\text{н}}}^{M_{\text{к}}} \frac{dM}{M},$$

отсюда

$$\ln v_{\text{к}} - \ln v_{\text{н}} = \ln M_{\text{н}} - \ln M_{\text{к}},$$

или

$$\ln \frac{v_{\text{к}}}{v_{\text{н}}} = \ln \frac{M_{\text{н}}}{M_{\text{к}}}.$$

Из этого уравнения следует:

$$M_{\text{н}} v_{\text{н}} = M_{\text{к}} v_{\text{к}} = P = \text{const}.$$

Полученный результат дает основания отметить, что в рассматриваемом случае не выполняется первый закон Ньютона, так как материальная точка при изменении инертной массы не сохраняет состояние равномерного движения, даже если на нее не действуют внешние силы. Ее импульс сохраняется постоянным, и при этом она может двигаться ускоренно.

Отметим, что разгон материального тела с изменяемой инерцией происходит без взаимодействия с внешней средой или отделения части тела, т.е. теоретически в определенной степени представляет собой альтернативу реактивному способу движения.

Материальное тело с изменяемой инерцией, кроме описанного эффекта ускорения, оказывается способным ускоренно двигаться в любом пространстве, в том числе и безвоздушном, т.е. вне связи с окружающей средой, перемещаться зигзагообразно, внезапно «срываться» с места и почти мгновенно останавливаться. Способность внезапно ускоряться до скоростей, при которых человеческий глаз не успевает увидеть такое тело, и внезапно затормаживаться, может приводить к внешнему эффекту его внезапного «возникновения» или «исчезновения» из поля зрения наблюдателя.

Очевидно, что гипотетический аппарат, способный изменять свою инерцию, будет обладать фантастической маневренностью. Хотя в настоящее время не известен конкретный механизм управления инертной массой тела, следует отметить, что имеется достаточно большое число наблюдений неопознанных объектов, движение которых явно напоминало движение тела с управляемой инертной массой.

#### Л и т е р а т у р а :

1. Айзерман М. А. Классическая механика. — М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1980.

*Статья поступила в редакцию 20.09.2006 г.*

*Nikolenko O.*

#### **On the problem of the dynamics of the material point with variable mass**

It was shown that it would be more correct to call Meshcherskiy equation as the equation of movement of material body with separating mass. The equation of dynamics of material point movement with variable mass was obtained, it describes the material point movement, inertial mass change, which is not related to change of its impulse. The peculiarities of the physical body movement with variable inertness are pointed, in particular, the ability to the accelerated movement without the influence of external forces and without interaction with external medium, as well as exceptional maneuverability.

*Keywords:* dynamics of material point, movement of the particles with variable mass.