Космология и астрофизика

УДК 523.11:524.827:539.12:524.854:530.11

Букалов А.В.

РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ И ЭНЕРГИИ ВАКУУМА В КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СО СВЕРХПРОВОДИМОСТЬЮ

Центр физических и космических исследований, Международный институт соционики, ул.Мельникова, 12, г.Киев-50, 04050, Украина. e-mail: bukalov.physics@socionic.info

Рассмотрение формирования сверхтекучей системы из фермионов планковской массы позволяет решить проблему космологической постоянной и энергии вакуума. Полученное значение плотности темной энергии ρ_{DE}=6,09·10^{-27}кг/м^3 хорошо согласуется с данными PLANK. Динамика формирования фермионного конденсата описывает процесс динамической эволюции Вселенной, а параметр космологического времени описывается функцией фазового перехода. Показано, что черные дыры также можно рассматривать как особую форму конденсата фермионов планковской массы. Предложен критерий устойчивости такого конденсата и условия его быстрого разрушения, то есть испарения черных дыр.

Ключевые слова: гравитация, сверхтекучий газ, фермионы, эволюция Вселенной, темная энергия, энергия вакуума, черная дыра.

1. Введение

Для решения проблемы космологической постоянной и темной энергии предложен целый ряд подходов [1–5]. Ранее нами был рассмотрен процесс формирования темной энергии как конденсата первичных фермионов по аналогии с теорией сверхпроводимости Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) [6]. При этом вакуум рассматривался как аналог кристалла на планковских расстояниях. Однако можно рассмотреть более общую задачу формирования бозе-конденсата из фермионного газа, которая дает более глубокое понимание природы темной энергии и новый подход к решению проблемы космологической постоянной.

2. Энергетический спектр сверхтекучего газа

Рассмотрим вырожденный почти идеальный ферми-газ с притяжением между частицами — первичными фермионами с массой, близкой к планковской $M \approx M_P$. Как известно, даже при наличии сколь угодно слабого притяжения между частицами, основное состояние системы оказывается неустойчивым по отношению к перестройке, изменяющей всю систем и понижающей ее энергию [8, 12]. Такая неустойчивость возникает из эффекта Купера — стремления к образованию связанных состояний парами фермионов, которые находятся в *p*-пространстве вблизи поверхности Ферми и обладают равными по направлению импульсами и антипараллельными спинами. Для рассмотрения такой задачи, следуя [12], введем операторы Боголюбова:

$$\begin{aligned} \hat{b}_{\mathrm{p}^-} &= u_p \hat{a}_{\mathrm{p}^-} + v_p \hat{a}^+_{-\mathrm{p},+}, \\ \hat{b}_{\mathrm{p}^+} &= u_p \hat{a}_{\mathrm{p}^+} - v_p \hat{a}^+_{-\mathrm{p},-}, \end{aligned} \quad (1)$$

которые объединяют операторы частиц с противоположными импульсами и спинами. При этом индексы + и – относятся к двум значениям проекции спина. При изотропии газа коэффициенты u_p, v_p могут зависеть только от абсолютной величины импульса p . Операторы соответствуют рождению и уничтожению квазичастиц при условии:

$$\hat{b}_{\mathrm{p}\alpha}\hat{b}^+_{\mathrm{p}\alpha} + \hat{b}^+_{\mathrm{p}\alpha}\hat{b}_{\mathrm{p}\alpha} = 1, \quad (2)$$

где индекс α нумерует два значения проекции спина. Другие пары операторов антикоммутативны. Поэтому на коэффициенты преобразования наложено условие:

$$u_p^2 + v_p^2 = 1 \,. \tag{3}$$

Обратное к (1) преобразование имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{a}_{\mathrm{p}^-} &= u_p \hat{b}_{\mathrm{p}^+} + v_p \hat{b}^+_{-\mathrm{p},-}, \\ \hat{a}_{\mathrm{p}^+} &= u_p \hat{b}_{\mathrm{p}^-} - v_p \hat{b}^+_{-\mathrm{p},+}. \end{aligned} \tag{4}$$

Ввиду основной роли взаимодействия между парами частиц с противоположными импульсами и спинами запишем только гамильтониан с членами, в которых $\mathrm{p}_1 = -\mathrm{p}_2 \equiv \mathrm{p}$, $\mathrm{p}_1' = -\mathrm{p}_2' \equiv \mathrm{p}'$:

$$\hat{H} = \sum_{\mathrm{p}\alpha} \frac{p^2}{2m} \hat{a}^+_{\mathrm{p}\alpha} \hat{a}_{\mathrm{p}\alpha} - \frac{g}{V} \sum_{\mathrm{pp}'} \hat{a}^+_{\mathrm{p}'+} \hat{a}^+_{-\mathrm{p}',-} \hat{a}_{-\mathrm{p},-} \hat{a}_{\mathrm{p}+} \,, \tag{5}$$

где $g = 4\pi\hbar^2 |a| / m$ — «константа связи», $a < 0$ — длина рассеяния).

Для учета постоянства числа частиц в системе в качестве нового гамильтониана вводится разность $\hat{H}' = \hat{H} - \mu\hat{N}$, где $\hat{N} = \sum_{\mathrm{p}\alpha} \hat{a}^+_{\mathrm{p}\alpha} \hat{a}_{\mathrm{p}\alpha}$ — оператор числа частиц. При этом химический потенциал определяется условием равенства среднего значения $\bar{N}$ заданному числу частиц в системе [12].

Вводя

$$\eta_p = \frac{p^2}{2m} - \mu \tag{6}$$

и учитывая $\mu \approx p_F^2 / 2m$, получаем вблизи поверхности Ферми

$$\eta_p = v_F (p - p_F) \,, \tag{7}$$

где $v_F = p_F / m$. Вычитаем $\mu\hat{N}$ из выражения (5). Тогда

$$\hat{H}' = \sum_{\mathrm{p}\alpha} \eta_p \hat{a}^+_{\mathrm{p}\alpha} \hat{a}_{\mathrm{p}\alpha} - \frac{g}{V} \sum_{\mathrm{pp}'} \hat{a}^+_{\mathrm{p}'+} \hat{a}^+_{-\mathrm{p}',-} \hat{a}_{-\mathrm{p},-} \hat{a}_{\mathrm{p}+} \tag{8}$$

Произведя преобразование (4) с учетом (2) и (3) и заменяя p на $-\mathrm{p}$, получим

$$\begin{aligned} \hat{H}' = {} & 2\sum_{\mathrm{p}} \eta_p v_p^2 + \sum_{\mathrm{p}} \eta_p \left(u_p^2 - v_p^2\right)\left(\hat{b}^+_{\mathrm{p}+} \hat{b}_{\mathrm{p}+} + \hat{b}^+_{\mathrm{p}-} \hat{b}_{\mathrm{p}-}\right) + \\ & + 2\sum_{\mathrm{p}} \eta_p u_p v_p \left(\hat{b}^+_{\mathrm{p}+} \hat{b}^+_{-\mathrm{p},-} + \hat{b}_{-\mathrm{p},+} \hat{b}_{\mathrm{p}+}\right) - \frac{g}{V} \sum_{\mathrm{pp}'} \eta_p \hat{B}^+_{\mathrm{p}'} \hat{B}_{\mathrm{p}} \,, \\ \hat{B}_{\mathrm{p}} = {} & u_p^2 \hat{b}_{-\mathrm{p},-} \hat{b}_{\mathrm{p}+} - v_p^2 \hat{b}^+_{\mathrm{p}+} \hat{b}^+_{-\mathrm{p},-} + v_p u_p \left(\hat{b}_{-\mathrm{p},-} \hat{b}^+_{-\mathrm{p},-} - \hat{b}^+_{\mathrm{p}+} \hat{b}_{\mathrm{p}+}\right). \end{aligned} \tag{9}$$

Выбор коэффициентов u_p, v_p можно осуществить из условия минимальности энергии E системы при заданной энтропии. Последняя определяется комбинаторным выражением [12]

$$S = -\sum_{\mathrm{p}\alpha} \left[n_{\mathrm{p}\alpha} \ln n_{\mathrm{p}\alpha} + (1 - n_{\mathrm{p}\alpha}) \ln(1 - n_{\mathrm{p}\alpha}) \right].$$

В гамильтониане (9) диагональные матричные элементы имеют лишь члены, содержащие произведения

$$\hat{b}^+_{\mathrm{p}\alpha} \hat{b}_{\mathrm{p}\alpha} = n_{\mathrm{p}\alpha}, \quad \hat{b}_{\mathrm{p}\alpha} \hat{b}^+_{\mathrm{p}\alpha} = 1 - n_{\mathrm{p}\alpha} \,.$$

Поэтому находим

$$E = 2\sum_{\mathrm{p}} \eta_p v_p^2 + \sum_{\mathrm{p}} \eta_p \left(u_p^2 - v_p^2\right)\left(n_{\mathrm{p}+} + n_{\mathrm{p}-}\right) - \frac{g}{V} \left[\sum_{\mathrm{p}} u_p v_p (1 - n_{\mathrm{p}+} - n_{\mathrm{p}-}) \right]^2 . \tag{10}$$

Варьируя это выражение по параметрам u_p (учитывая при этом связь (3)), получим в качестве условия минимума

$$\frac{\delta E}{\delta u_p} = -\frac{2}{v_p} (1 - n_{\mathrm{p}+} - n_{\mathrm{p}-}) \left[2\eta_p u_p v_p - \frac{g}{V} (u_p^2 - v_p^2) \sum_{\mathrm{p}'} u_{p'} v_{p'} (1 - n_{\mathrm{p}'+} - n_{\mathrm{p}'-}) \right] = 0 \,.$$

Отсюда находим уравнение

$$2\eta_p u_p v_p = \Delta(u_p^2 - v_p^2), \tag{11}$$

где Δ обозначает сумму:

$$\Delta = \frac{g}{V}\sum_{\mathrm{p}} u_p v_p (1 - n_{\mathrm{p}+} - n_{\mathrm{p}-}). \tag{12}$$

Из (11) и (3) выражаем u_p, v_p через η_p и Δ:

$$\left.\begin{matrix} u_p^2 \\ v_p^2 \end{matrix}\right\} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{\eta_p}{\sqrt{\Delta^2 + \eta_p^2}}\right). \tag{13}$$

Подставив же эти значения в С9.12), получим уравнение, определяющее Δ:

$$\frac{g}{2V}\sum_{\mathrm{p}} \frac{1 - n_{\mathrm{p}+} - n_{\mathrm{p}-}}{\sqrt{\Delta^2 + \eta_p^2}} = 1.$$

В равновесии числа заполнения квазичастиц не зависят от направления спина и даются формулой распределения Ферми, с равным нулю химическим потенциалом:

$$n_{\mathrm{p}+} = n_{\mathrm{p}-} \equiv n_{\mathrm{p}} = \left[e^{\varepsilon/T} + 1\right]^{-1}. \tag{14}$$

Перейдя также от суммирования к интегрированию по p-пространству, запишем это уравнение в виде

$$\frac{g}{2}\int \frac{1 - 2n_{\mathrm{p}}}{\sqrt{\Delta^2 + \eta_p^2}} \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} = 1. \tag{15}$$

При $T = 0$ квазичастицы отсутствуют, так что $n_{\mathrm{p}} = 0$ и уравнение (15) принимает вид

$$\frac{g}{2(2\pi\hbar)^3}\int \frac{4\pi p^2 dp}{\sqrt{\Delta^2 + \eta_p^2}} = 1. \tag{16}$$

Основной вклад в интеграл в (16) вносит область импульсов, в которой $\Delta_0 \ll v_F \left|p_F - p\right| \ll v_F p_F \sim \mu$ и интеграл имеет логарифмический характер (малость Δ_0 по сравнению с μ подтверждается результатом). При обрезании логарифмического интеграла при $\eta = \tilde{\varepsilon} \sim \mu$

$$\int \frac{p^2 dp}{\left[\Delta_0^2 + v_F^2 (p_F - p)^2\right]^{1/2}} \approx \frac{p_F^2}{v_F}\int \frac{d\eta}{(\Delta_0^2 + \eta^2)^{1/2}} \approx \frac{2p_F^2}{v_F}\ln\frac{\tilde{\varepsilon}}{\Delta_0}.$$

Отсюда

$$\frac{gmp_F}{2\pi^2\hbar^3}\ln\frac{\tilde{\varepsilon}}{\Delta_0} = 1, \tag{17}$$

и

$$\Delta_0 = \tilde{\varepsilon}\exp\left(-\frac{2\pi^2\hbar^3}{gmp_F}\right) = \tilde{\varepsilon}\exp\left(-\frac{\pi\hbar}{2p_F|a|}\right). \tag{18}$$

или

$$\Delta_0 = \tilde{\varepsilon}\exp(-2/g\nu_F), \tag{19}$$

где $\nu_F = mp_F/\pi^2\hbar^3$ — энергетическая плотность числа состояний частицы на ферми-поверхности ($\nu d\varepsilon$ — число состояний в интервале $d\varepsilon$).

Рассмотрим форму энергетического спектра системы. Энергия элементарных возбуждений $\varepsilon_{\mathrm{p}+} = \varepsilon_{\mathrm{p}-} \equiv \varepsilon(\mathrm{p})$. Она находится по изменению энергии всей системы при изменении чисел заполнения квазичастиц:

$$\varepsilon = \left(\frac{\delta E}{\delta n_{p\alpha}}\right)_{u_p v_p}.$$

Вычисление $\varepsilon(p)$ дает [12]:

$$\varepsilon(p) = \sqrt{\Delta^2 + \eta_p^2}\,. \tag{20}$$

Таким образом, энергия квазичастицы не может быть меньше величины Δ. При $p = p_F$ $\varepsilon(p) = \Delta$. Поэтому возбужденные состояния системы отделены от основного энергетической щелью, а так как квазичастицы должны появляться парами, то можно записать величину этой щели как 2Δ.

Из $\varepsilon(p) \neq 0$ следует, что рассматриваемый ферми-газ обладает сверхтекучестью.

Таким образом, возникает газ квазичастиц с энергиями $\varepsilon(p)$, который поступательно движется как единое целое относительно жидкости со скоростью V.

Такой газ квазичастиц соответствует нормальной компоненте сверхтекучей жидкости. Остальная часть жидкости будет вести себя как сверхтекучая компонента. Плотность такой сверхтекучей жидкости равна сумме плотностей нормальной и сверхтекучей компонент: $\rho = \rho_n + \rho_s$. При этом важным свойством сверхтекучего движения является его потенциальность: $\operatorname{rot} v_s = 0$.

Энергия 2Δ — это энергия связи куперовской пары. Ее надо затратить для разрыва такой пары. Величина расстояния между частицами с коррелированными импульсами, или длина когерентности, составляет

$$\xi_0 = \frac{\pi v_F}{\Delta_0} = \frac{\hbar}{p_F} e^{\frac{\pi\hbar}{2 p_F |a|}}.$$

Из термодинамики сверхтекучего ферми-газа следует [12], что $\Delta = 0$ при $T_c = \dfrac{\gamma\Delta_0}{\pi} \approx 0{,}57\Delta_0$

$$\Delta = T_c \sqrt{\frac{8\pi^2}{7\zeta(3)}\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)} = 3{,}063 T_c \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}\,. \tag{21}$$

Вычислим теперь теплоемкость газа. В области низких температур будем исходить из формулы

$$\delta E = \sum_p \varepsilon(\delta n_{p+} + \delta n_{p-}) = 2\sum_p \varepsilon \delta n_p$$

для изменения полной энергии при варьировании чисел заполнения квазичастиц. Разделим на δT и перейдем от суммирования к интегрированию, получим теплоемкость:

$$C = V\frac{m p_F}{\pi^2\hbar^3}\int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon \frac{\partial n}{\partial T} d\eta\,,$$

где V — объем.

При $T \ll \Delta$ функция распределения квазичастиц $n \approx e^{-\varepsilon/T}$, их энергия $\varepsilon \approx \Delta_0 + \eta^2/2\Delta_0$. Интегрируем и получаем:

$$C = V\frac{\sqrt{2} m p_F \Delta_0^{5/2}}{\pi^{3/2}\hbar^3 T^{3/2}} e^{-\Delta_0/T}\,. \tag{22}$$

Таким образом, при $T \to 0$ теплоемкость убывает экспоненциально. Это прямое следствие наличия щели в энергетическом спектре.

Разность основных уровней сверхтекучей и нормальной систем составляет [12]:

$$E_s - E_n = -V\frac{m p_F}{4\pi^2\hbar^3}\Delta_0^2\,. \tag{23}$$

Знак «–» в (23) означает неустойчивость «нормального» основного состояния в случае притяжения между частицами газа. На одну частицу приходится $\sim \Delta^2 / \mu$.

В случае $T \to T_c$ с учетом (21) [12] разность свободных энергий

$$F_s - F_n = -V \frac{2mp_F T_c^2}{7\zeta(3)\hbar^3}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2. \tag{24}$$

Отсюда разность энтропий:

$$S_s - S_n = -V \frac{4mp_F T_c}{7\zeta(3)\hbar^3}\left(1-\frac{T}{T_c}\right).$$

Разность же теплоемкостей стремится при $T \to T_c$ к конечному значению

$$C_s - C_n = V \frac{4mp_F T_c}{7\zeta(3)\hbar^3}, \tag{25}$$

т.е. в точке перехода испытывает скачок, и $C_s > C_n$. Теплоемкость же нормального состояния имеет вид $C_n = Vmp_F T / 3\hbar^3$.

3. Плотность темной энергии в космологической модели со сверхпроводимостью

Применим изложенную выше теорию к описанию темной энергии Вселенной и вычислению ее плотности. Преобразуем (23) в выражение для плотностей:

$$-\Delta\rho = \frac{E_s - E_n}{V} = -\frac{mp_F}{4\pi^2\hbar^3}\Delta_0^2. \tag{26}$$

Наблюдаемую плотность темной энергии можно рассматривать как энергию связи фермионов. Поэтому, рассматривая ее как разность плотностей энергий основных уровней сверхтекучей и нормально систем, необходимо приписать этой разности отрицательный знак, означающий неустойчивость нормального основного состояния при сколь угодно малом притяжении между фермионами, согласно (26).

При $\Delta\rho = \rho_{DE} = \frac{1}{8\pi G_N}\Lambda = \frac{mp_F}{4\pi^2\hbar^3}\Delta_0^2$ выберем, например, $v_F = \pi c / 8$, чтобы скорость фермионов на поверхности Ферми была ниже скорости света. Тогда

$$\Delta_0 = \frac{\tilde{\varepsilon}}{e^{\frac{\pi\hbar}{2p_F|b|}}} = \frac{M_P}{4\pi e^{\frac{\pi\hbar}{2p_F|b|}}} = \frac{M_P}{4\pi e^{\frac{\pi\lambda_F}{2|b|}}} == \frac{M_P}{4\pi e^{\frac{1}{\lambda_i}}},$$

где M_P — планковская масса.

При $\Lambda = \Delta_0^2 / 4 = \left(\tilde{\varepsilon} e^{-\frac{\pi\hbar}{2p|b|}}\right)^2 = \tilde{\varepsilon}^2 e^{-2/\lambda_i}$, где λ_i— константа взаимодействия фермионов.

Оценим величину λ_i. Так как $\Lambda^{1/2} = \tilde{\varepsilon} / e^{1/\lambda_i} = M_P / e^{1/\lambda_i} C$, то принимая естественный параметр обрезания максимальной энергии $\tilde{\varepsilon} = M_P$ при $\lambda_i \cong \alpha_{em} = (137,0599)^{-1}$ и $C = 8\pi$, получаем:

$$\rho_{DE} = \frac{1}{4\pi G_N \left(8\,\pi p t_P e^{1/\lambda_i}\right)^2} = \frac{1}{256\pi^3 G_N^2}\frac{c^5}{\hbar e^{2\alpha_{em}^{-1}}} = 6,09\cdot 10^{-27}\text{ кг/м}^3,$$

в прекрасном согласии с данными PLANK [9].

Таким образом, в современную эпоху, на $z = 0$, при наблюдаемой плотности темной энергии, параметр взаимодействия первичных фермионов очень близок к электромагнитной постоянной тонкой структуры α_{em} или равен ей. Здесь возможны два варианта: либо взаимодействие фермионов носит электромагнитный характер, либо равенство $\lambda_i \cong \alpha_{em}^{-1}$ указывает на существование «теневого» или «зеркального» дальнодействующего взаимодействия, похожего на электромагнитное, для зарядов теневого сектора материи, проявляющего себя как конденсат первичных фермионов — темную энергию.

При этом плотность энергии нормальной и сверхтекучей систем близка к планковской, а темная энергия является малым вкладом в эту плотность, составляя $10^{-120}\rho_P$ в современную эпоху и $10^{-12}\rho_P$ в эпоху Большого объединения. Поэтому формально квантовая теория поля правильно оценивает истинную плотность энергии вакуума как планковскую, но это плотность сверхтекучей системы, не вносящей непосредственный вклад в наблюдаемые формы энергии, а, следовательно, и в тяготение. Такой вклад вносит только энергия связи фермионов этой системы.

4. Динамика формирования космологической постоянной

Если λ совпадает с α_{em} или изменяется синхронно как константа теневого взаимодействия, тогда можно оценить динамику изменения $\lambda = \alpha_{em}$ в зависимости от плотности энергии в ранней Вселенной [6].

Рассмотрим процесс формирования современного значения темной энергии в горячей ранней Вселенной. Как известно из квантовой электродинамики, значение электромагнитной постоянной тонкой структуры является функцией четырехимпульса Q^2:

$$\alpha_i^{-1} = \alpha_{em} - \frac{\beta}{3\pi}\ln\left(\frac{Q}{2m_e}\right)^2, \tag{27}$$

где m_e — масса электрона, $\alpha_{em} = e^2/\hbar c$ — постоянная тонкой структуры. Тогда эффективная плотность темной энергии составит:

$$\rho_{DE} = \frac{\Lambda}{8\pi G_N} = \frac{c^5}{256\pi^3 G_N^2 \hbar e^{2\left(\alpha_{em}^{-1} - \frac{\beta}{3\pi}\ln\left(\frac{E}{4m_e}\right)^2\right)}} = \frac{c^5}{256\pi^3 G_N^2 \hbar e^{2\alpha_{em}^{-1}}}\left(\frac{Q}{2m_e}\right)^{\frac{4\beta}{3\pi}}, \tag{28}$$

где $Q = kT/c$ — импульс квантов излучения и вещества в ранней Вселенной:

Таким образом, плотность темной энергии как энергии связи фермионов управляется плотностью энергии излучения и вещества. При этом ρ_{DE} достигает минимума и становится постоянной при $Qc = 2m_e c^2 = 1{,}022$ МэВ. Для энергий Большого объединения $\mu_{GUT} \approx 10^{15}$ эВ

$$\alpha^{-1}(\mu_{GUT}) = \alpha^{-1}(\mu_0) - \frac{b_i}{2\pi}\ln\left(\frac{\mu_{GUT}}{\mu_0}\right),$$

Динамика изменения Λ зависит от закона изменения λ_i. До начала перехода в сверхпроводящее состояние, при $\lambda_i^{-1} \to 0$, $\rho_s = 0$

$$\rho_n = \rho_P = \frac{1}{4\pi G_N (8\pi t_P)^2}. \tag{29}$$

При $\lambda_i^{-1} = 4\pi$, $\rho_P - \dfrac{1}{4\pi G_N (8\pi t_P e^{4\pi})^2} = \rho_P\left(1 - e^{-8\pi}\right) = \rho_s$.

В общем случае $\rho_s = \rho_P\left(1 - e^{-2\lambda_i^{-1}}\right)$.

$$\rho_V = \frac{\left(\hbar\omega_p\right)^4}{256\pi^3 e^{2\alpha^{-1}(\mu_0)}}\left(\frac{\mu_{GUT}}{\mu_0}\right)^{\frac{2b_i}{\pi}}. \tag{30}$$

Для определения закона изменения α_i^{-1} рассмотрим некоторые аспекты формирования Вселенной. Если Вселенная стартовала от планковской плотности $\rho_P \sim M_P^4$, то до момента фазового перехода она расширялась в вакуумоподобном состоянии по закону:

$$\rho_{DE} = \rho_P\left(\frac{1}{e^{\alpha_i^{-1}}}\right)^2 = \frac{1}{8\pi G_N}\Lambda_i, \tag{31}$$

а масштабный фактор a как радиус Вселенной в момент перехода из вакуумоподобного в горячее состояние составлял $a = R_v = R_H T_{CMBR} / T_{GUT} = \Lambda_i^{-1/2} = 8\pi t_P e^{\alpha_i^{-1}}$, где $R_H = c / H$ — современный хаббловский радиус, T_{CMBR} — температура реликтового излучения. При этом τ_V играет роль параметра времени для фазового перехода.

При этом значение α_i^{-1} могло изменяться от 0 или 1 до $\alpha_{GUT}^{-1} \approx 80$. В момент фазового перехода мы можем оценить радиус Вселенной R_U и, соответственно, величину α_i^{-1} в зависимости от значения энергетической щели Δ_{DE}. Например, при $\rho_{DE} = \langle\varphi\rangle^4 = (246{,}3 \text{ ГэВ})^4$ и $k_B T_{GUT} = 1{,}35 \cdot 10^{15}$ ГэВ, $a = 2{,}292$ см, при $\alpha_i^{-1} = 73{,}1$.

При $\rho_{DE} = m^{*}_{Z_v^0}{}^4 = (91{,}18 \text{ ГэВ})^4$ и $k_B T_{GUT} = 5{,}02 \cdot 10^{14}$ ГэВ, $a = 16{,}7$ см, при $\alpha_i^{-1} = 75$.

При $\rho_{DE} = m^{*}_{W_v^\pm}{}^4 = (80{,}4 \text{ ГэВ})^4$ и $k_B T_{GUT} = 4{,}43 \cdot 10^{14}$ ГэВ, $a = 21{,}49$ см, при $\alpha_i^{-1} = 77{,}22$.

Таким образом, плотность энергии той компоненты темной энергии, которая сегодня доминирует, при E_{GUT} эквивалентна плотности энергии вакуумных электрослабых взаимодействий.

Заметим, что величина начального экспоненциального расширения Вселенной соответствует той, которая возникает и в теории инфляции. Поэтому сверхпроводящий механизм расширения Вселенной обеспечивает её причинность и однородность. Более того, если в инфляционной теории обеспечение однородности Вселенной является однократным событием, то в сверхпроводящем сценарии существование квантового вакуумного конденсата непрерывно обеспечивает однородность Вселенной. Это разрешает парадокс Пенроуза, неоднократно подчёркивавшего отсутствие механизма синхронизации электрослабого фазового перехода (корреляционного механизма) в различных точках пространства, который происходит намного позднее инфляционного расширения [6]. Изменение другого параметра — λ_j — от 0 до 137,03899… приводит также к эволюции плотности иной энергии связи фермионов Δ_j^2, формирующих наблюдаемые формы энергии и материи. Например, при энергиях электрослабого фазового перехода плотность энергии составляет

$$\frac{M_p p_F}{4\pi^2\hbar^3}\left(\frac{M_P}{\pi e^{\lambda_j^{-1}}}\right)^2 = -\frac{1}{8\pi G_N}\left(\frac{M_P}{\pi e^{\lambda_j^{-1}}}\right)^2 = -\left(10^3 \text{ ГэВ}\right)^4, \tag{32}$$

$\lambda_i^{-1}(em) = \alpha_{em}^{-1} / 2$. $v_F = c / 2\pi$

Плотность энергии вакуума в квантовой хромодинамике

$$\frac{M_p^2 p_F}{4\pi^2\hbar^3}\left(\frac{M_P}{\pi e^{\lambda_i^{-1}}}\right)^2 = -\frac{1}{8\pi G_N}\left(\frac{M_P}{2 e^{\lambda_i^{-1}}}\right)^2 = -\left(210 \text{ МэВ}\right)^4, \tag{33}$$

$\lambda_i^{-1}(QCP) = 2\alpha_{em}^{-1} / 3$.

Таким образом, предложенный подход решает как проблему темной энергии, так и проблему энергии вакуума, поставленную в квантовой теории поля и в космологии.

5. Космологические аспекты

Поскольку темная энергия — только одна из компонент наблюдаемой Вселенной, но сравнима с другими, правомерным является рассмотрение плотности энергии всей наблюдаемой эволюционирующей Вселенной как динамически изменяющейся разницы плотностей нормальной и сверхтекучей фермионных систем, то есть находящейся в состоянии фазового перехода с изменяющейся плотностью энергии. Тогда плотность $\Delta\rho$ можно отождествить с критической плотностью Вселенной.

При $\Delta\rho = \rho_c = \dfrac{3}{8\pi G_N} H_0^2 = \dfrac{m p_F}{4\pi^2\hbar^3}\Delta_0^2$ и $m = M_P$ выберем $p_F = \pi M_P c / 4$, чтобы скорость фермионов на поверхности Ферми была ниже скорости света. Тогда квадрат динамически изменяющейся энергетической щели соответствует скалярной кривизне, определяемой хаббловским радиусом: $\Delta_0^2 = 6H_0^2$. Это означает, что параметр времени t_H является функцией происходящего фазового перехода II рода, соответствующего эволюции Вселенной и переменной λ_j :

$$\Delta_0 = \frac{\tilde{\varepsilon}}{e^{\frac{\pi\hbar}{2p_F|b|}}} = \frac{M_P}{4\pi e^{\frac{\pi\hbar}{2p_F|b|}}} = \frac{M_P}{4\pi e^{\frac{\pi\lambda_F}{2|b|}}} = \frac{M_P}{4\pi e^{\frac{1}{\lambda_j}}}. \quad (34)$$

Из $t_H = H_0^{-1} = 1,4\cdot 10^{10}$ лет, $t_H = 8\pi t_P e^{\lambda_j^{-1}} = 8\pi t_P e^{\frac{\pi\lambda_{Fj}}{2|b|}}$

$$\lambda_j^{-1} = \frac{\pi\lambda_{Fj}}{2|b|} \approx 137 \cong \alpha_{em}^{-1}, \text{ на } z = 0, \quad (35)$$

где α_{em} — постоянная тонкой структуры.

Параметру Хаббла со значением $H_0 = 69,76$ км/с·мпк соответствует критическая плотность

$$\rho_c = \frac{3}{8\pi G_N}H_0^2 = \frac{3}{8\pi G_N}\left(\frac{1}{8\pi t_P e^{\lambda_j^{-1}}}\right)^2 = \frac{3}{8\pi G_N}\left(\frac{1}{8\pi t_P}e^{\frac{\pi\lambda_F}{2|b|}}\right)^2 \approx 9,14\cdot 10^{-30}\text{ г/см}^3. \quad (36)$$

Параметру Хаббла со значением H =68,2 км/с·мпк соответствует критическая плотность $\tilde{\rho}_c = \frac{3}{\pi}\rho_c = 8,728\cdot 10^{-31}$ г/см^3. Эти значения ρ_c находится в хорошем согласии с WMAP-9 [10] и PLANK [9], соответственно.

Отметим, что близость значений плотностей темной энергии, материи и критической плотности в целом объясняется близостью или равенством параметров взаимодействия в современную эпоху. Такое равенство может объясняться приближением различных «констант» λ_i на квантовом планковском уровне к одному значению, аналогично поведению параметров эпоху «Большого объединения»: $\lambda_i \cong \lambda_j \cong \lambda_z \cong \lambda_{em}$.

Таким образом, наблюдаемую темную энергию и материю можно рассматривать как совокупность квазичастиц с энергией связи первичных фермионов. Поэтому наблюдаемый мир можно рассматривать как разность между двумя энергетическими уровнями фермионной системы, плотность которой близка к планковской:

$$\rho_n = \rho_P \approx \frac{3m_P^4}{8\pi},\ \rho_s = M_P^4 - \delta^4 = M_P^4 - M_P^2\Delta^2 \quad (37)$$

$$\begin{cases} M_P^4 - M_s^4 = M_P^2\Delta^2 = M_P^2 H^2 \\ M_P^4 - \tilde{M}_s^4 = M_P^2\Lambda = \rho_\Lambda \end{cases} \quad (38)$$

$$\rho_n - \rho_s = \frac{3H^2}{8\pi G_N} = \sigma T^4(1+z)^4 + \rho_m(1+z)^3 + \rho_\Lambda \quad (39)$$

$$\rho_c = \rho_P - \rho_s = \sigma T^4(1+z)^4 + \Delta^2(1+z)^3 + \Delta_\Lambda^2. \quad (40)$$

Таким образом, мы можем описать наблюдаемую критическую плотность Вселенной как разность плотностей сверхтекучей и нормальной фермионных систем, причем этот процесс носит динамический характер, обеспечивая разницу энергий, совпадающую с энергией наблюдаемой Вселенной. Поэтому в самом начале можно стартовать от планковской плотности, когда $\rho_s = 0$, до $\rho_{P_n} - \rho_{s(t)} = \rho_{GUT} = \sigma T^4 + m^2\Lambda$ и далее до $\rho_s \to \rho_P\left(1 - e^{2/\lambda_j}\right)$. Таким образом, плотность энергии сверхтекучей фермионной системы может возрастать от нуля до плотности, близкой к планковской.

Рассмотрим теперь поведение энтропии. Энтропия наблюдаемой Вселенной, образованной энергиями связи первичных фермионов, по отношению к энтропии нормальной системы, которую можно оценивать как гравитационную энтропию планковских фермионов, достигаемую при коллапсе, является отрицательной:

$$S_s - S_n = -\Delta S \tag{41}$$

$$\frac{3(S_s - S_n)}{4\pi R^3(t)} = -\frac{4mp_F T_c}{7\zeta(3)\hbar^3}\left(1 - \frac{T}{T_c}\right). \tag{42}$$

При $T = T_c$ $S = 0$. При $T > T_c$ $S_s - S_n > 0$. При $T < T_c$ $S_s - S_n < 0$.

Таким образом энтропия сверхтекучей системы меньше, чем энтропия нормальной системы. Следовательно энтропия $\Delta S = S_U$ отрицательна по отношению к энтропии нормальной фермионной планковской системы и убывает, если $-\Delta S \sim -\Delta_0 R^3(t) = 3{,}06 T_c (1 - T/T_c)^{1/2} R^3(t)$, $V = 4\pi R^3(t)/3$.

$$E_s - E_n = -\frac{4\pi}{3} R^3(t) \frac{mp_F}{4\pi^2} \Delta_0^2(t), \tag{43}$$

где $\Delta_0(t) = 1/ct$.

Для материи: $-\Delta E = \text{const}$.

Для излучения:

$$E_s - E_n = -\frac{4\pi}{3} R^3(t) \frac{mp_F}{4\pi^2} \Delta_r^2(t) = -E_r(1+z). \tag{44}$$

Для темной энергии Λ-члена:

$$E_s - E_n = -\frac{4\pi}{3} R^3(t) \frac{mp_F}{4\pi^2} \Lambda = -\frac{E_\Lambda}{(1+z)^3}. \tag{45}$$

Энтропия для материи

$$S_s - S_n = -\frac{4\pi}{3} R^3(t) \frac{mp_F}{4\pi^2} \frac{\Delta_M^2}{T_c} = -S_m = \text{const}. \tag{46}$$

Энтропия излучения: $S_s - S_n = -S_r = \text{const}$. Во избежание недоразумения отметим отличие определения этой энтропии от определения энтропии теплового излучения для земного наблюдателя, которая является относительной энтропией в мире квазичастиц, образующих наблюдаемую Вселенную.

Энтропия темной энергии: $S_s - S_n = -\dfrac{S_\Lambda}{(1+z)^3}$.

При $T_c = \text{const}$, $\Delta_\Lambda = \text{const}$.

Таким образом, значение энтропии излучения, материи и темной энергии отрицательно по отношению к энтропии системы в нормальном состоянии. Это связано с отрицательной энергией притяжения фермионов при конденсации. Энтропия Вселенной при этом уменьшается. Это легко понять, если оценить, насколько, например, известная энтропия реликтового излучения $S_r = 10^{88}$, меньше максимально возможной при гравитационном коллапсе, $S_G = 10^{122}$. В силу этого даже ранняя Вселенная, заполненная однородным излучением, имеет очень низкую энтропию, по сравнению с максимально возможной.

$$S = -R^3(t) mp_F T_c \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) \tag{47}$$

При $R(t) \approx R_\Lambda \sim T_c^{-1}$, $S \approx -R^2(t) mp_F \approx -R^2(t)/L_P^2$.

Отсюда и следует происхождение так называемого «голографического принципа». Однако видно, что этот «принцип» основан на очевидной близости $R(t) = a(t)$ и R_Λ в современную эпоху, на $z = 0$. Заметим, что отрицательный знак энтропии означает информацию и наблюдаемость Вселенной как информационного объекта и ее составляющих для наблюдателя, в том числе и земного. Но суммарная энтропия наблюдаемой Вселенной и сверхтекучего вакуума не убывает и равна энтропии нормальной фермионной системы: $\Delta S_U + S_s = S_n$.

Мы также можем записать уравнения Эйнштейна для нашей Вселенной как разность тензоров Эйнштейна и тензоров энергии-импульса нормальной и сверхтекучей фермионных систем:

$$G_{\mu\nu}(s) - G_{\mu\nu}(n) = -8\pi\kappa T_{\mu\nu}(s) + 8\pi\kappa T_{\mu\nu}(n) = \tilde{G}_{\mu\nu} = -8\pi\kappa\tilde{T}_{\mu\nu} + 8\pi\Lambda_U \qquad (48)$$

6. Черные дыры как гравитационный конденсат

Применим развитую теорию к описанию черных дыр. При $\Delta_g^2 = 6 / R_g^2$, $p_F = m_p \pi c / 4$

$$\rho_{BH} = \frac{3}{8\pi}\frac{c^2}{G_N R_g^2} = \frac{m p_F}{4\pi^2 \hbar^3}\Delta_g^2 . \qquad (49)$$

Отметим, что полученное значение Δ_g^2 соответствует скалярной кривизне и определяется гравитационным радиусом черной дыры. Поэтому в рамках развиваемой теории, мы можем рассматривать черные дыры как разновидность конденсата — следующую стадию конденсации после конденсации материи из барионов и лептонов. Черные дыры можно рассматривать как гравитационный конденсат, в котором сколлапсировавшее вещество и энергия находятся в особой форме, вероятно — в виде возбуждений в таком конденсате. Как любой конденсат, такой гравитационный конденсат разрушается при воздействии энергии с плотностью, превышающей плотность энергии конденсата, например при воздействии излучения в радиационно-доминантной Вселенной с плотностью $\rho_{RD} = 3H_0^2 / 8\pi G_N$ и условии $\rho_c > \rho_{BH}$, $H^2 > c^2 / R_g^2$, $\hbar H_0 > \hbar c / R_g$ или $T_H > T_g$ [11].

Литература:

1. *Weinberg S.* The cosmological constant problem // Reviews of Modern Physics — 61 (Jan., 1989) 1–23.
2. *Burdyuzha V.V.* Dark components of the Universe // Physics-Uspekhi — 53 (2010), no. 4 419.
3. *Alexander S.* A Quantum gravitational relaxation of the cosmological constant // Phys.Lett. — B629 (2005) 53–59, [hep-th/0503146].
4. *Alexander S. and Biswas T.* Cosmological BCS mechanism and the big bang singularity // Phys. Rev. — D 80 (Jul, 2009) 023501, [arXiv:0807.4468].
5. *Yoo J. and Watanabe Y.* Theoretical Models of Dark Energy // International Journal of Modern Physics. — D 21 (Dec., 2012) 1230002, [arXiv:1212.4726].
6. *Букалов А.В.* Решение проблемы космологической постоянной и свехпроводящая космология // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2011. — № 1. — С. 17–23.
7. *Пенроуз Р.* Путь к реальности, или законы, управляющие Вселенной. Полный путеводитель — М.–Ижевск, 2007. — 912 с.
8. *Bardeen J., Cooper L., Schrieffer J. R.* Theory of Superconductivity, Phys. Rev. 108 (Dec, 1957) 1175–1204.
9. *Planck Collaboration.* Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results. — arXiv:1303.5062 [astro-ph.CO].
10. *Bennett, C.L.; Larson, L.; Weiland, J.L.; Jarosk, N.; Hinshaw, N.; Odegard, N.; Smith, K.M.; Hill, R.S. et al.* Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results. [arXiv:1212.5225].
11. *Букалов А.В.* О возможном эффекте быстрого исчезновения или «таяния» черных дыр // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2014. — № 1.
12. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Статистическая физика. Часть 2. Теория конденсированного состояния. — М.: Наука, 1978. — 448 с. — («Теоретическая физика», том IX).

Статья поступила в редакцию 25.11.2013 г.

Bukalov A.V.

Solution to the problem of dark energy and the energy of the vacuum in a cosmological model with superconductivity

Consideration of the formation of a superfluid system of fermions Planck mass allows to solve the problem of the cosmological constant and the vacuum energy. The obtained value of the dark energy density ρ_{DE}=6,09·10^{-27} kg/m^3 is in a good agreement with PLANK. The dynamics of formation of fermion condensate describes the process of dynamic evolution of the universe, and the cosmological time parameter is described by the function of phase transition. It is shown that black holes can also be regarded as a special form of the Planck mass fermion condensate. There are proposed the criterion of stability of such a condensate and conditions of its rapid destruction, i.e. evaporation of black holes.

Keywords: gravity, superfluid gas, fermions, evolution of the universe, dark energy, vacuum energy, black hole.