СИНЕРГЕТИКА

УДК 167.0

Басин М. А.

КОМПЛЕКСНЫЙ СТЕПЕННОЙ МНОГОЧЛЕН КАК ИСТОЧНИК КАТАСТРОФ

Санкт-Петербургский союз учёных
199034 Санкт-Петербург. Россия. Университетская набережная Дом 5, комната 300
E-mail: basin@spas.spb.su

В работе [1, с.9], для аппроксимации событий, предшествующих катастрофе, предложена следующая функция от времени:
$I(t) = A + B(t_c - t)^{\alpha}[1 + C\cos(\omega\log(t_c - t) - \varphi)]$.

Комплексификация этой формулы и замена переменных позволили вскрыть степенную сущность представленной аппроксимации и определить линейное дифференциальное уравнение, решением которого она является.

Ключевые слова: катастрофа, комплексный степенной многочлен.

В работе [1,с.9], для аппроксимации событий, предшествующих катастрофе, предложено следующая функция от времени:

$$I(t) = A + B(t_c - t)^{\alpha}[1 + C\cos(\omega\log(t_c - t) - \varphi)] \qquad (1)$$

которая, по-видимому, обусловлена коллективным поведением одного и того же типа.

В настоящей заметке мы попытаемся указать простое дифференциальное уравнение, решением которого является функция, описываемая формулой (1).

Для этого преобразуем формулу (1) к виду:

$$I(t) = \mathrm{Re}\{A + B(t_c - t)^{\alpha}[1 + C\exp[i(\omega\log(t_c - t) - \varphi)]]\}$$

или $I(t) = \mathrm{Re}\{A + B(t_c - t)^{\alpha}[1 + C\exp(-i\varphi)\exp[i(\omega(\log e)\ln(t_c - t))]]\}$

Введём обозначение $C_1 = C\exp(-i\varphi)$

Тогда $I(t) = \mathrm{Re}\{A + B(t_c - t)^{\alpha}[1 + C_1\exp[i(\omega\log e\ln(t_c - t))]]\}$ или

$$I(t) = \mathrm{Re}\{A + B(t_c - t)^{\alpha}[1 + C_1(t_c - t)^{i\omega\log e}]\}$$

Введём в рассмотрение комплексную величину

$$\tilde{I}(t) = \tilde{A} + \tilde{B}(t_c - t)^{\alpha} + \tilde{C}(t_c - t)^{\beta} + \ldots \qquad (2),$$

реальной частью которой, в частном случае, является функция $I(t)$.

В общем случае сюда можно добавить конечное или бесконечное число степенных функций. Эта функция называется степенным полиномом её исследование вводит нас в степенную геометрию [2],[3].

Введём замену переменных

$$I_0 = \tilde{I} - \tilde{A}; \quad \tilde{t} = \ln(t_c - t),$$

Тогда получаем простую формулу

$$I_0(\tilde{t}) = \tilde{B}\exp\alpha\tilde{t} + \tilde{C}\exp\beta\tilde{t}. \qquad (3)$$

с комплексными параметрами, где $\tilde{t} = \ln(t_c - t)$ может быть названо линейным временем в отличие от экспоненциального времени, описывающего соответствующий нелинейный процесс. [4]

А уравнение, которому удовлетворяет это решение, — это простое линейное дифференциальное уравнение второго порядка в линейном времени.

$$\frac{d^2I_o}{d\tilde{t}^2} - (\alpha + \beta)\frac{dI_o}{d\tilde{t}} + \alpha\beta I_0 = 0 \qquad (4)$$

Это же уравнение может быть представлено в форме системы линейных уравнений первого порядка с двумя неизвестными

$$\frac{dJ}{dt} = (\alpha + \beta)J - \alpha\beta I_0$$
$$\frac{dI}{dt} = J \tag{5}$$

Полный качественный анализ решений этой системы выполнен в классических учебниках по дифференциальным уравнениям [5].

Комплексификация аппроксимационной формулы и замена переменных позволили вскрыть линейную сущность представленной аппроксимации и предложить её обобщение с целью определения всё более мелкомасштабных мод катастрофических событий.

Литература:

1. Управление риском. Риск. Устойчивое развитие. Синергетика. — М.: «Наука». 2000.— 432 с.
2. *Басин М. А*. Спиральные числа. Степенные особенности. Волны. Вихри. Грибовидные структуры. Транспортно — информационные системы. /Международная междисциплинарная научно-практическая конференция: «Современные проблемы науки и образования». Керчь, 27 июня — 4 июля 2001года. Материалы конференции. Часть1. — Харьков. 2001. — С. 12–13.
3. *Брюно А. Д*. Степенная геометрия в алгебраических и дифференциальных уравнениях. — М.: «Наука». Физматлит. 1998. — 288 с.
4. *Басин М. А*. Компьютеры. Вихри. Резонансы. Волновая теория взаимодействия структур и систем. Часть 2. — Санкт-Петербург: «Норма». 2002. — 144 с.
5. *Арнольд В. И*. Обыкновенные дифференциальные уравнения.Изд.3, перераб. и доп. — М.: «Наука» 1984. — 272 с.

Статья поступила в редакцию 24.12.2002 г.

Basin M. A.

A complex multinomial as a source of catastrophes

In work [1, p.9], for approximation of occasions, preceding the catastrophe, is offered following function from a time: $I(t) = A + B(t_c - t)^{\alpha}[1 + C\cos(\omega\log(t_c - t) - \varphi)]$. Complexification of this formula and change of variable allowed to open degree essence of presented approximation and define a linear differential equation, which decision is it.

Key words: catastrophe, multinomial.