

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ МЕХАНИКА

УДК 530.12, 530.16, 535.14, 537.8

Олейник В. П.

ИЗМЕНЕНИЕ ХОДА ВРЕМЕНИ В СИЛОВОМ ПОЛЕ И НЕВЕСОМОСТЬ

Department of General and Theoretical Physics,
National Technical University of Ukraine «Kiev Polytechnic Institute», Prospect Pobedy 37, Kiev, 03056, Ukraine;
e-mail: yuri@arepjev.relc.com

Показано, что в релятивистской механике сила является не только причиной ускорения частицы относительно инерциальной системы отсчета, но и причиной изменения хода времени вдоль траектории движения частицы. В этом состоит физическое содержание динамического принципа, лежащего в основе специальной теории относительности (релятивистской механики). Выведена общая формула для относительного хода времени между точками, лежащими на траектории движения частицы под действием силового поля в инерциальной системе отсчета. Рассмотрено приложение теории к однородным полям — полю силы тяжести и электромагнитному полю и к гравитационному полю, порождаемому точечной массой. Исследованы физические свойства состояния невесомости частицы во внешнем силовом поле.

1. Введение

Время относится к числу наиболее употребительных понятий, которые используются постоянно как в повседневном общении, так и в науке. Это связано с тем, что все события и материальные процессы происходят в пространстве и развиваются во времени и поэтому закономерности, управляющие пространственно-временными связями, являются всеобщими, справедливыми для всех форм материи. Тем не менее, время остается одним из самых загадочных понятий, физическая сущность которого не раскрыта в полной мере до сих пор [1-4]. Понятие времени с трудом поддается логическому анализу.

С точки зрения здравого смысла сущность времени состоит в том, что время характеризует длительность событий и процессов, указывает на их естественный ход, при котором настоящее, уходя в прошлое, сменяется будущим.

И. Ньютон дал четкую характеристику понятия времени, которой придерживается большинство: «Абсолютное, истинное и математическое время само по себе и в силу своей природы протекает равномерно и безотносительно к какому-нибудь другому объекту». Хотя, по Ньютону, время течет одинаково и равномерно и не зависит от происходящих в мире процессов, повседневный опыт говорит о том, что ход времени не одинаков. В зависимости от жизненных обстоятельств, с которыми мы сталкиваемся, нам кажется, что время то летит стремительно, то тянется чрезвычайно медленно, то изменяется внезапно, скачком. В связи с этими размышлениями возникает вопрос: имеют ли субъективные ощущения неравномерности хода времени, известные каждому человеку, объективное основание?

В механике Ньютона время абсолютно, не изменяется при переходе из одной инерциальной системы отсчета к другой и выступает как параметр, изменение которого по воле исследователя приводит к изменению состояния механической системы в соответствии с уравнением движения.

В релятивистской механике время остается параметром, характеризующим развитие системы. Но теперь время оказывается неразрывно связанным с пространством, образуя вместе с ним единое целое — 4-мерное пространство-время. При переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой время перепутывается с пространственными координатами, так что время в одной системе отсчета представляет собой «смесь» времени и координат в другой. Время перестает быть универсальным, одинаковым во всех инерциальных системах отсчета; оно приобретает относительный характер.

Неразрывная связь времени с пространством приобретает особую значимость в свете концепции физического поля, которую Эйнштейн назвал самым важным открытием в физике со времен Ньютона. Согласно этой концепции, каждое тело порождает в окружающем пространстве силовое поле (например, электрическое поле, если тело обладает электрическим зарядом), которое проявляется в том, что на пробное тело, помещенное в данной точке, действует сила. Пространство

превращается в физическую среду, способную непосредственно взаимодействовать с другими телами, и приобретает, таким образом, физические свойства, становясь активным участником физических процессов. Ввиду того, что пространственные и временная координаты неразрывно связаны между собой, наличие в пространстве силового поля должно неизбежно привести к появлению физических свойств времени, обусловленных движением тела в этом поле.

Таким образом, из синтеза представлений о 4-мерном пространстве-времени и идеи физического (силового) поля с необходимостью следует вывод о том, что течение времени в данной области пространства должно зависеть от физических процессов в этой области, т.е. время, как и пространство, должно обладать физическими свойствами [5-8].

Следует подчеркнуть, что в специальной теории относительности время и пространственные координаты выступают как независимые и формально равноправные величины, определяющие положение элементарных событий в пространстве-времени. Вместе с тем время выделено по отношению к пространственным координатам. С геометрической точки зрения особая роль времени обусловлена псевдоевклидовостью геометрии 4-мерного пространства. С физической же точки зрения выделенность времени связана с динамическим принципом (принципом причинности), в соответствии с которым состояние движения физической системы в момент времени t однозначно определяет поведение системы в следующий момент времени $t + \Delta t$. Значение динамического принципа состоит в том, что, связывая временную эволюцию системы с физическими процессами, происходящими в ней под действием силовых полей, он не только указывает на последовательность событий и их продолжительность, но и определяет ход времени в системе, его возможную зависимость от характера физических процессов.

Идея о существовании физических свойств времени принадлежит Н. А. Козыреву [9]. Введя в механику дополнительный параметр, учитывающий направленность хода времени, Козырев построил причинную (асимметричную) механику, из которой следует вывод о том, что время обладает физическими свойствами. Согласно результатам теоретических и экспериментальных исследований, проведенных Козыревым и его последователями [9-13], события могут происходить не только во времени, но и с помощью времени, при этом информация передается не через силовые поля, а по временному каналу, и перенос информации происходит мгновенно. В работах И. Егановой [12] и М. Лаврентьева и И. Егановой [13] формулируется задача прямого экспериментального исследования физических свойств времени с целью установления взаимосвязей нового типа между явлениями и открытия новых методов изменения состояния вещества. Динамический эффект замедления времени исследован О. Ефименко [14].

Согласно [6,8], вывод о существовании физических свойств времени строго следует из релятивистской механики без привлечения каких-либо дополнительных гипотез. Физические свойства времени имеют чисто динамическое происхождение: их существование вытекает из динамического принципа. Наличие физических свойств времени проявляется в том, что время обладает локальной неоднородностью: его течение вдоль траектории движения точечной частицы в силовом поле непрерывно изменяется, и это изменение хода времени является результатом действия на частицу силового поля в той инерциальной системе отсчета, в которой рассматривается движение.

Ввиду принципиальной важности рассматриваемой проблемы, обсудим подробнее физическое содержание явления локальной динамической неоднородности времени.

Рассмотрим движение классической точечной частицы под действием некоторого силового поля относительно инерциальных систем отсчета K и K' , движущихся друг относительно друга. Для определенности считаем, что декартовы координаты, связанные с этими системами отсчета, ориентированы таким образом, что оси x, y, z системы отсчета K' параллельны осям x, y, z системы отсчета K , причем оси x и x' совпадают и система отсчета K' движется со скоростью V_0 относительно K вдоль оси x . Пусть участок траектории длиной dl_A в окрестности точки A в системе отсчета K' частица проходит за время dt'_A , а соответствующий ему участок траектории dl_A в системе отсчета K в окрестности этой же точки — за время dt_A . Величины dt'_A и dt_A связаны между собой равенством [6]:

$$dt'_A = \gamma \left(1 - \frac{V_0 u_x(t_A)}{c^2} \right) dt_A, \quad (1)$$

где $\gamma = \left(1 - \frac{V_0^2}{c^2}\right)^{-1/2}$, $u_x(t)$ — x -компонента скорости частицы $\mathbf{u}(t)$ в системе отсчета K в момент времени t .

Величина $\frac{dt_A}{dt_A}$ характеризует изменение хода времени в окрестности точки A на траектории движения частицы в системе отсчета K по сравнению с системой отсчета K . Как видно из (1), если в течение некоторого промежутка времени x -компонента скорости частицы изменяется ($u_x(t) \neq const$), то в этом промежутке времени изменяется также и относительный ход времени ($\frac{dt}{dt} \neq const$). Поскольку, согласно основному постулату классической механики, изменение скорости движения частицы в инерциальной системе отсчета обусловлено действием на частицу силы, связанной с некоторым физическим полем, то, следовательно, причиной изменения темпа времени вдоль траектории движения частицы является силовое воздействие на частицу со стороны физического поля. В силу (1) на том участке траектории, на котором частица движется равномерно и прямолинейно, т.е. по инерции ($\mathbf{u}(t) = const$), относительный ход времени остается постоянным:

$$\frac{dt_A}{dt_A} = const.$$

Согласно (1), сущность явления локальной динамической неоднородности времени состоит в том, что величина dt_A зависит не только от dt_A , но и от величины скорости частицы в окрестности точки A . Так как изменение скорости частицы определяется силовым воздействием на частицу со стороны физического поля, то отсюда следует, что **сила, действующая на частицу в некоторой инерциальной системе отсчета, является причиной изменения хода времени вдоль траектории движения частицы.**

Перейдем от точки A к некоторой другой точке B , также лежащей на траектории движения частицы, и запишем для нее соотношение, аналогичное (1):

$$dt'_B = \gamma \left(1 - \frac{V_0 u_x(t_B)}{c^2}\right) dt_B. \quad (2)$$

Деля почленно равенства (1) и (2), приходим к соотношению

$$\frac{dt_A}{dt_B} = \frac{\left(1 - \frac{V_0 u_x(t_B)}{c^2}\right) dt_A}{\left(1 - \frac{V_0 u_x(t_A)}{c^2}\right) dt_B}. \quad (3)$$

Величины $\frac{dt_A}{dt_B}$ и $\frac{dt_A}{dt_B}$ характеризуют относительный ход времени между точками A и B на траектории движения частицы в системах отсчета K и K , соответственно. В силу (3), если $u_x(t_A) = u_x(t_B)$, то $\frac{dt_A}{dt_B} = \frac{dt_A}{dt_B}$, т.е. относительный ход времени между точками A и B в системе

отсчета K совпадает с относительным ходом времени в системе отсчета K . Для изменения относительного хода времени между двумя точками в одной инерциальной системе отсчета по сравнению с другой необходимо на соответствующем участке траектории подействовать на частицу силой, связанной с некоторым физическим полем. Согласно (3), $dt_A \neq dt_B$ при $dt_A = dt_B$, если только скорости частицы в точках A и B неодинаковы. При этом, если $dl_A = dl_B$, то, вообще говоря, $dl_A \neq dl_B$, т.е. одинаковым расстояниям, которые частица проходит в разных областях пространства в системе отсчета K , отвечают различные расстояния, проходимые частицей в системе отсчета K . Это может быть связано как с различным ходом времени в точках A и B , так и с тем, что скорости движения частицы в этих точках отличаются друг от друга. В связи с этим возникают вопросы: Как отделить друг от друга действие этих факторов? Как определить относительный ход

времени между различными точками пространства, рассматриваемыми в одной и той же инерциальной системе отсчета?

Приведенные выше соображения подсказывают путь, которому нужно следовать в поиске ответа на эти вопросы: естественно полагать, что изменение хода времени в точках, лежащих на траектории движения частицы, может быть связано только с действием силового поля на частицу, так как в отсутствие силового поля, когда частица движется по инерции, нет причин для изменения хода времени. Перейдем из инерциальной системы отсчета K , в которой движение частицы происходит под действием силового поля, в такую неинерциальную систему отсчета \tilde{K} , в которой сила инерции полностью компенсирует действие силового поля в той точке пространства, в которой находится частица. Очевидно, что в системе отсчета \tilde{K} частица движется по инерции, т.е. находится в свободном состоянии (состоянии невесомости) [15,16]. Так как в этом состоянии отсутствует силовое воздействие на частицу и, следовательно, отсутствует причина изменения темпа времени, то в этой системе отсчета течение времени в точке нахождения частицы должно быть равномерным (темп времени одинаков). Выбирая в системе отсчета \tilde{K} в точке нахождения частицы два одинаковых по величине интервала времени, соответствующие двум различным точкам A и B , лежащим на траектории движения частицы в инерциальной системе отсчета K , и совершая затем обратный переход из системы отсчета \tilde{K} в K , можно установить величину относительного хода времени между точками A и B в системе отсчета K .

В данной работе на основании приведенных выше соображений рассматривается относительный ход времени между точками, лежащими на траектории движения частицы относительно инерциальной системы отсчета в однородном внешнем поле, а также в гравитационном поле, порождаемом точечной массой.

Отметим, что равенство (1) является одним из соотношений, входящих в преобразования Лоренца для координат и времени, и поэтому не является новым. Однако анализ этого соотношения применительно к движению точечной частицы по траектории под действием силового поля позволил установить ряд физических следствий в отношении хода времени, которые не обсуждались в литературе ранее и которые впервые сформулированы в [5-8]. Эти следствия важны не только для выяснения физической природы времени, но и для понимания физического содержания релятивистской механики и поэтому заслуживают того, чтобы остановиться на них несколько более подробно.

Согласно А. Логунову, главное содержание специальной теории относительности (СТО) заключается в том, что «все физические процессы протекают в пространстве-времени, геометрия которого псевдоевклидова» ([4], с.26). Нам представляется, что в приведенной формулировке правильно выражена сущность СТО с математической (геометрической) точки зрения. **Физическое же содержание релятивистской механики, физическая сущность лежащего в ее основе динамического принципа состоит в том, что сила является не только причиной ускорения частицы в инерциальной системе отсчета, но и причиной изменения хода времени вдоль траектории движения.** Следует подчеркнуть, что существование связи между силой и темпом времени вдоль траектории частицы следует непосредственно из того, что пространство и время связаны между собой, образуя единое 4-мерное пространство.

Принципиальное отличие релятивистской механики от механики Ньютона состоит, таким образом, не только в том, что в механике Ньютона время имеет абсолютный характер, не изменяясь при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую, а в СТО перестает быть одинаковым во всех инерциальных системах отсчета. В релятивистской механике время с необходимостью приобретает физические свойства, которые обусловлены действием на частицу силы со стороны физического поля. В результате действия силы темп времени непрерывно изменяется вдоль траектории движения частицы.

Перечислим основные результаты, приведенные в последующих разделах работы.

В разделе 2 дана общая формула для относительного хода времени между точками, лежащими на траектории движения частицы в силовом поле в инерциальной системе отсчета. Показано, что выполняется условие непротиворечивости развиваемой в работе теории изменения хода времени в силовом поле.

Приложение общей теории к однородным полям — электрическому полю и полю силы тяжести рассмотрено в разделе 3. Здесь отмечается, что из-за релятивистских поправок к уравнению движения частицы силы инерции не компенсируют полностью однородное поле. Состояние

невесомости релятивистской частицы в однородном поле обладает устойчивостью: если частицу вывести из состояния невесомости с помощью внешней силы и затем предоставить частицу самой себе, частица возвращается в состояние невесомости.

Раздел 4 посвящен исследованию хода времени и состояния невесомости в однородном электромагнитном поле. Выведена формула для относительного хода времени вдоль траектории движения частицы в произвольном однородном электромагнитном поле в нерелятивистском приближении.

В разделе 5 рассмотрено приложение общей теории к движению частицы в гравитационном поле, создаваемом точечной массой. Отмечается, что квазиинерциальные системы отсчета, свободно падающие на силовой центр по различным радиальным направлениям, физически неэквивалентны между собой.

В заключительном разделе отмечается важность исследований по проблеме времени.

2. Ход времени и состояние невесомости частицы

Уравнение движения классической точечной частицы массы m во внешнем силовом поле $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t)$, записанное в некоторой инерциальной системе отсчета K ,

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}, \quad (4)$$

где $\vec{r} = \vec{r}(t)$ — радиус-вектор частицы в момент времени t , преобразуем к системе отсчета \tilde{K} , движущейся произвольным образом относительно системы отсчета K . Обозначим через $\vec{r}_0 = \vec{r}_0(t)$ и $\vec{r} = \vec{r}(t)$ радиус-вектор, проведенный из начала координат системы отсчета K к началу координат системы отсчета \tilde{K} , и радиус-вектор частицы в системе отсчета \tilde{K} . Связь между \vec{r} и \vec{r} дается равенством

$$\vec{r} = \vec{r} + \vec{r}_0(t). \quad (5)$$

Для удобства будем полагать, что координатные оси системы отсчета \tilde{K} параллельны соответствующим координатным осям системы отсчета K . Это позволит считать, что координатные орты, лежащие на осях систем отсчета \tilde{K} и K , не изменяются со временем. Из (5) получаем законы преобразования скоростей и ускорений:

$$\dot{\vec{r}} = \dot{\vec{r}} + \dot{\vec{r}}_0(t) \quad \text{и} \quad \ddot{\vec{r}} = \ddot{\vec{r}} + \ddot{\vec{r}}_0(t). \quad (6)$$

Подставляя (5) и (6) в (4), приходим к уравнению движения частицы в системе отсчета \tilde{K} :

$$m\ddot{\vec{r}} = \tilde{\vec{F}}, \quad (7)$$

где

$$\tilde{\vec{F}} = \vec{F}(\vec{r} + \vec{r}_0(t), \dot{\vec{r}} + \dot{\vec{r}}_0(t), t) - m\ddot{\vec{r}}_0(t). \quad (8)$$

Отметим, что сила инерции \vec{F}_{in} , $\vec{F}_{in} = -m\ddot{\vec{r}}_0(t)$, не зависит от величин \vec{r} и $\dot{\vec{r}}$, которые являются динамическими переменными задачи в системе отсчета \tilde{K} , и зависит только от времени t . Следовательно, сила \vec{F}_{in} представляет собой изменяющееся со временем однородное поле.

Выражение для силы $\tilde{\vec{F}}$, стоящее в правой части (7), разложим в ряд Тейлора по \vec{r} и $\dot{\vec{r}}$, считая величины $|\vec{r}|$ и $|\dot{\vec{r}}|$ малыми по сравнению с $|\vec{r}_0(t)|$ и $|\dot{\vec{r}}_0(t)|$, соответственно, и сохраним только члены первого порядка малости:

$$\vec{F}(\vec{r} + \vec{r}_0(t), \dot{\vec{r}} + \dot{\vec{r}}_0(t), t) = \vec{F}_0 + \vec{F}_1, \quad (9)$$

где

$$\vec{F}_0 = \vec{F}(\vec{r}_0(t), \dot{\vec{r}}_0(t), t) = \vec{F}_0(t),$$

$$\vec{F}_1 = (\vec{r}' \cdot \nabla_a + \dot{\vec{r}}' \cdot \nabla_b) \vec{F}(\vec{a}, \vec{b}, t) = \vec{F}_1(\vec{r}', \dot{\vec{r}}', t) \quad \text{при} \quad \vec{a} = \vec{r}_0(t), \vec{b} = \dot{\vec{r}}_0(t).$$

Потребуем, чтобы выполнялось условие

$$m\ddot{\vec{r}}_0(t) = \vec{F}_0(t). \quad (10)$$

С учетом (9) и (10) уравнение движения (7) принимает следующий простой вид:

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}_1. \quad (11)$$

Из выражения для F_1 видно, что $F_1 = 0$ при $r = 0, \dot{r} = 0$. Это значит, что частица, покоящаяся в начале координат системы отсчета \tilde{K} , является свободной: в состоянии $r = 0, \dot{r} = 0$ сила инерции полностью компенсирует внешнюю силу F . Если сила F является силой тяжести, то указанное состояние представляет собой состояние невесомости частицы [15,16]. Это название (состояние невесомости) мы сохраняем и в случае, если F описывает произвольное силовое поле.

Следует подчеркнуть, что хотя в системе отсчета \tilde{K} и осуществляется состояние невесомости частицы, эта система отсчета существенно отличается от инерциальной. Принципиальное различие между ними состоит в том, что в инерциальной системе отсчета частица, будучи свободной в одной точке пространства, остается свободной в любой другой точке пространства (т.е. силовое воздействие на частицу отсутствует во всем пространстве: $F = 0$), а в системе отсчета \tilde{K} в случае произвольного внешнего силового поля $F(r, \dot{r}, t)$ силовое воздействие на частицу отсутствует лишь в точке $r = 0$ при $\dot{r} = 0$ (см. (9)-(11)). Однако всегда можно указать такую область пространства-времени, в которой силы инерции, действующие на частицу в системе отсчета \tilde{K} , приближенно компенсируют силы, действующие на нее со стороны внешнего силового поля, так что в этой пространственно-временной области систему отсчета \tilde{K} можно приближенно считать инерциальной.

Чтобы уточнить, в каком смысле и с какой точностью система отсчета \tilde{K} является инерциальной, внешнюю силу, действующую на частицу, представим в виде суммы двух составляющих: силы $F(r, \dot{r}, t) = F$, которая далее будет частично скомпенсирована силой инерции, и дополнительной силы f , которую будем для простоты считать постоянной ($f = const$) и роль которой будет состоять в том, чтобы выводить частицу из состояния невесомости. Преобразуя уравнение движения (4), в котором выполнена замена $F \rightarrow f + F$, к системе отсчета \tilde{K} , получаем следующее уравнение движения (ср. с (7) и (8)):

$$m\ddot{r} = f + \tilde{F}. \quad (12)$$

В той области пространства-времени (назовем ее областью P), в которой выполняется условие

$$|\tilde{F}| \ll |f|, \quad (13)$$

силой \tilde{F} в выражении (12) можно пренебречь по сравнению с силой f и в результате приходим к уравнению $m\ddot{r} = f$, согласно которому ускорение частицы в системе отсчета \tilde{K} обусловлено только действием внешней силы f , как и должно быть для истинной инерциальной системы отсчета. Следовательно, при описании движения частицы в области P систему отсчета \tilde{K} можно считать инерциальной. Очевидно, что область P лежит в окрестности точки, в которой

$$\tilde{F} = 0, \quad (14)$$

причем точность, с которой система отсчета \tilde{K} является инерциальной, определяется точностью, с которой выполняется неравенство (13).

Таким образом, при описании движения в неинерциальной системе отсчета, в которой осуществляется состояние невесомости частицы, т.е. выполняется равенство (14), существует такая область пространства-времени, в которой эта система отсчета мало отличается от инерциальной в указанном выше смысле. Такую систему отсчета естественно назвать квазиинерциальной. Очевидно, что имеется бесконечно много квазиинерциальных систем отсчета физически эквивалентных между собой. В частности, физически равноправными являются квазиинерциальные системы отсчета, движущиеся друг относительно друга равномерно и прямолинейно, если только движение частицы рассматривается в тех областях пространства-времени, в которых силой \tilde{F} можно пренебречь по сравнению с внешней силой f . С другой стороны, если мы хотим учесть поправки к решению уравнения (12), обусловленные силой \tilde{F} , то указанные выше квазиинерциальные системы отсчета могут оказаться физически неэквивалентными между собой. Это связано с тем, что в уравнение движения (12) входят векторы r_0 и \dot{r}_0 , из-за которых в пространстве могут появиться выделенные

области и направления.

Приведенные результаты легко обобщить на случай релятивистского уравнения движения. Исходим из уравнения движения

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}, \quad (15)$$

где $\mathbf{p} = m\mathbf{u}$, $m = m_0 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-1/2}$, $\mathbf{u} = \dot{\mathbf{r}}$, $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$, m_0 – масса покоя частицы.

Из (15) следует равенство

$$\frac{d}{dt} mc^2 = \mathbf{u}\mathbf{F}, \quad (16)$$

с помощью которого уравнение движения (15) можно преобразовать к квазиклассическому виду, удобному для дальнейшего анализа [4]:

$$m_0 \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \left[\mathbf{F} - \frac{\mathbf{u}(\mathbf{u}\mathbf{F})}{c^2} \right] \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{1/2}. \quad (17)$$

Как разъясняется в [4], для описания движения частицы в рамках релятивистской механики мы вправе использовать как инерциальные, так и неинерциальные системы отсчета. При переходе от инерциальной системы отсчета к неинерциальной геометрия пространства-времени не изменяется и остается псевдоевклидовой. Переходя к неинерциальной системе отсчета \tilde{K} , воспользуемся равенствами (5) и (6) и введем обозначения:

$$\mathbf{u} = \dot{\mathbf{r}}, \quad \mathbf{u}_0 = \dot{\mathbf{r}}_0(t).$$

Далее подставляем первое из равенств (6) в (17) и, считая выполненными условия

$$|\mathbf{u}'| \ll |\mathbf{u}_0|, \quad \frac{|\mathbf{u}\mathbf{u}_0|}{c^2} \ll 1 - \frac{u_0^2}{c^2}, \quad (18)$$

разлагаем правую часть уравнения (17) в ряд по степеням \mathbf{r} и \mathbf{u} . Сохраняя в разложении лишь члены первого порядка, приходим к следующему уравнению движения частицы в системе отсчета \tilde{K} :

$$\begin{aligned} m_0 \frac{d\mathbf{u}'}{dt} = & - \left(\frac{d\mathbf{p}_0}{dt} - \mathbf{F}_0 \right) \left(1 - \frac{u_0^2}{c^2}\right)^{1/2} + \\ & + \left[\mathbf{F}_1 - \frac{\mathbf{u}_0(\mathbf{u}_0\mathbf{F}_1)}{c^2} - \frac{\mathbf{u}'(\mathbf{u}_0\mathbf{F}_0)}{c^2} - \frac{\mathbf{u}_0(\mathbf{u}'\mathbf{F}_0)}{c^2} \right] \left(1 - \frac{u_0^2}{c^2}\right)^{1/2} - \\ & - \left[\mathbf{F}_0 - \frac{\mathbf{u}_0(\mathbf{u}_0\mathbf{F}_0)}{c^2} \right] \frac{\mathbf{u}'\mathbf{u}_0}{c^2} \left(1 - \frac{u_0^2}{c^2}\right)^{-1/2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь использовано разложение (9) и введено обозначение: $\mathbf{p}_0 = m_0\mathbf{u}_0 \left(1 - \frac{u_0^2}{c^2}\right)^{-1/2}$.

Величину $\mathbf{r}_0(t)$ определим из уравнения

$$\frac{d\mathbf{p}_0}{dt} = \mathbf{F}_0. \quad (20)$$

Так как при этом правая часть уравнения (19) обращается в нуль при $\mathbf{r} = 0$, $\mathbf{u} = 0$, то, следовательно, частица, покоящаяся в начале координат системы отсчета \tilde{K} , оказывается свободной. При $\mathbf{r} \neq 0$, $\mathbf{u} \neq 0$ возникает сила, действующая на частицу. Состояние частицы с $\mathbf{r} = 0$, $\mathbf{u} = 0$ оказывается, таким образом, выделенным: оно является состоянием невесомости частицы.

В инерциальной системе отсчета K , описываемой в галилеевых координатах t, x, y, z ,

квадрат пространственно-временного интервала дается формулой $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$. Отсюда следует, что координата t имеет смысл физического времени, а остальные координаты определяют расстояние вдоль соответствующих осей. В системе же отсчета \tilde{K} координата t представляет собой координатное время и не имеет физического смысла. Для получения физического времени $d\tau$ и физической длины dl в системе отсчета \tilde{K} квадрат пространственно-временного интервала $ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2$ преобразуем к системе отсчета \tilde{K} , используя первое из равенств (6), и затем выделим полный квадрат, содержащий временную переменную. Имеем последовательно:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - (dr' + u_0 dt)^2 = \left(\sqrt{c^2 - u_0^2} dt - \frac{u_0 dr'}{\sqrt{c^2 - u_0^2}} \right)^2 - (dr')^2 - \left(\frac{u_0 dr'}{\sqrt{c^2 - u_0^2}} \right)^2.$$

Полагая, что $ds^2 = c^2 d\tau^2 - dl^2$, из сравнения правых частей двух последних соотношений выводим:

$$d\tau = \frac{1}{c} \sqrt{c^2 - u_0^2} dt - \frac{u_0 dr'}{c \sqrt{c^2 - u_0^2}}, \quad (dl)^2 = (dr')^2 + \left(\frac{u_0 dr'}{\sqrt{c^2 - u_0^2}} \right)^2. \quad (21)$$

Если частица, покоящаяся в начале координат системы отсчета \tilde{K} , находится в состоянии невесомости, то естественно считать, что ее собственное время течет равномерно, т.е. ход времени частицы в различные моменты собственного времени одинаков. Действительно, как отмечалось в предыдущем разделе, в состоянии невесомости отсутствует силовое воздействие на частицу и, следовательно, нет причины для изменения хода времени в точке нахождения частицы. Обозначим через A и B какие-либо две точки, лежащие на траектории движения частицы в инерциальной системе отсчета K , которые частица проходит в моменты времени t_A и t_B . Пусть $d\tau_A$ и $d\tau_B$ — интервалы собственного времени частицы, покоящейся в начале координат системы отсчета \tilde{K} , соответствующие интервалам dt_A и dt_B , в течение которых частица движется по траектории в системе отсчета K в окрестности точек A и B (считаем, что моменты времени t_A и t_B лежат на интервалах dt_A и dt_B и этим моментам отвечают моменты собственного времени τ_A и τ_B). Используя первое из соотношений (21) и учитывая, что для покоящейся частицы $dr = 0$, равенство интервалов собственного времени $d\tau_A = d\tau_B$ перепишем в виде

$$\sqrt{1 - \frac{u_0^2(t_A)}{c^2}} dt_A = \sqrt{1 - \frac{u_0^2(t_B)}{c^2}} dt_B.$$

Из этого равенства находим относительный ход времени между точками A и B на траектории движения частицы в инерциальной системе отсчета K :

$$\frac{dt_A}{dt_B} = \frac{\sqrt{c^2 - u_0^2(t_B)}}{\sqrt{c^2 - u_0^2(t_A)}}. \quad (22)$$

Отметим, что так как мы рассматриваем состояние частицы с $r = 0$, $u = 0$, то в силу (6) $u_0(t) = u$, т.е. $u_0(t)$ - скорость частицы в момент времени t относительно инерциальной системы отсчета K .

Относительный ход времени между указанными выше точками в инерциальной системе отсчета K можно записать в виде, аналогичном (22):

$$\frac{dt_A}{dt_B} = \frac{\sqrt{c^2 - u_0^2(t_B)}}{\sqrt{c^2 - u_0^2(t_A)}}, \quad (23)$$

где $u_0(t)$ - скорость частицы в момент t в системе отсчета K . Подставляя (22) и (23) в (3) и учитывая, что $u_x(t) = u_{0x}(t)$, получаем соотношение

$$\sqrt{\frac{c^2 - \mathbf{u}_0^2(t_B)}{c^2 - \mathbf{u}_0^2(t_A)}} = \frac{\left(1 - \frac{V_0 u_{0x}(t_B)}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{V_0 u_{0x}(t_A)}{c^2}\right)} \sqrt{\frac{c^2 - \mathbf{u}_0^2(t_B)}{c^2 - \mathbf{u}_0^2(t_A)}}, \quad (24)$$

которое представляет собой условие непротиворечивости развиваемой здесь теории изменения хода времени. Легко убедиться в том, что условие (24) является тождеством, справедливость которого следует из известного равенства (см. [4], с.61)

$$1 - \frac{u_0^2}{c^2} = \frac{1 - \frac{V_0^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{V_0 u_{0x}}{c^2}\right)^2} \left(1 - \frac{u_0^2}{c^2}\right),$$

где u_0 и u_0 — скорости частицы относительно систем отсчета K и K , соответственно. Выполнение условия непротиворечивости (24) служит важным аргументом в пользу развиваемых в данной работе представлений о связи между силовым воздействием на частицу и ходом времени вдоль траектории ее движения.

Выражение (22) можно представить в следующих эквивалентных формах:

$$\frac{dt_A}{dt_B} = \frac{1 + \frac{\mathcal{E}_{kin}(t_A)}{m_0 c^2}}{1 + \frac{\mathcal{E}_{kin}(t_B)}{m_0 c^2}} = \frac{1 + \frac{U(t_0) - U(t_A)}{m_0 c^2}}{1 + \frac{U(t_0) - U(t_B)}{m_0 c^2}}, \quad (25)$$

где $\mathcal{E}_{kin}(t)$ и $U(t)$ - кинетическая и потенциальная энергии частицы в момент времени t , причем предполагается, что $\mathcal{E}_{kin}(t_0) = 0$. Как видно из выражения (22), если скорость частицы мала по сравнению со скоростью света, изменение хода времени является релятивистски малой величиной порядка $\left(\frac{u_0}{c}\right)^2$. Сохраняя в разложении лишь основной по величине член, получаем следующую нерелятивистскую формулу:

$$\frac{dt_A}{dt_B} = 1 + \frac{1}{m_0 c^2} (\mathcal{E}_{kin}(t_A) - \mathcal{E}_{kin}(t_B)) = 1 - \frac{1}{m_0 c^2} (U(t_A) - U(t_B)). \quad (26)$$

3. Однородное электрическое (гравитационное) поле

В качестве приложения изложенных выше результатов рассмотрим вначале движение частицы во внешнем однородном поле $\mathbf{F} = const$. В этом случае $\mathbf{F}_0 = \mathbf{F}$, $\mathbf{F}_1 = 0$ (см. (9)) и поэтому, согласно уравнениям (10) и (11), классическая частица в системе отсчета K движется с постоянным ускорением

$$\mathbf{a}_0 = \frac{\mathbf{F}}{m}, \quad (27)$$

а в системе отсчета \tilde{K} является свободной, так как в этой системе отсчета сила инерции полностью компенсирует внешнюю силу \mathbf{F} . Из решения уравнения (11) при $\mathbf{F}_1 = 0$, имеющего вид $\mathbf{r} = \mathbf{a} + \mathbf{b}t$ (\mathbf{a} и \mathbf{b} - произвольные постоянные векторы), следует, что частица, движущаяся равномерно и прямолинейно в системе отсчета \tilde{K} , находится в состоянии невесомости. Таким образом, движение частицы массой m относительно инерциальной системы отсчета под действием однородного поля \mathbf{F} эквивалентно движению свободной частицы относительно неинерциальной системы отсчета \tilde{K} , которая движется относительно инерциальной системы с ускорением (27). Переход в неинерциальную систему отсчета позволил полностью исключить из рассмотрения однородное силовое поле сразу же во всем пространстве. Заметим, что однородное поле не имеет физического смысла, так как такое поле не существует в природе. Реальные физические поля, описывающие

взаимодействие между частицами, существенно неоднородны.

Переходя к релятивистскому случаю, рассмотрим решение уравнения (20), подчиняющееся начальному условию $\mathbf{p}_0 = 0$ при $t = 0$: $\mathbf{p}_0 = Ft$. Отсюда

$$\mathbf{u}_0 = a_0 t \left(1 + \left(\frac{a_0 t}{c} \right)^2 \right)^{-1/2}, \quad a_0 = \frac{F}{m_0}. \quad (28)$$

Интегрирование последнего уравнения дает:

$$\mathbf{r}_0(t) = \mathbf{r}_0 + a_0 \frac{c^2}{a_0^2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{a_0 t}{c} \right)^2} - 1 \right], \quad \mathbf{r}_0 = \mathbf{r}_0(0). \quad (29)$$

Учитывая уравнение (20) и равенство $F_1 = 0$, уравнение движения (19) можно представить в форме:

$$m_0 \frac{d\mathbf{u}'}{dt} = - \frac{1}{c^2} \left[\mathbf{u}'(\mathbf{u}_0 F) + \mathbf{u}_0(\mathbf{u}' F) \right] \left(1 - \frac{u_0^2}{c^2} \right)^{1/2} - \left[F - \frac{\mathbf{u}_0(\mathbf{u}_0 F)}{c^2} \right] \frac{\mathbf{u}' \mathbf{u}_0}{c^2} \left(1 - \frac{u_0^2}{c^2} \right)^{-1/2}. \quad (30)$$

Из сравнения уравнения (30) с соответствующим ему нерелятивистским уравнением (11) видно, что в релятивистском случае переход в неинерциальную систему отсчета не устраняет полностью однородное силовое поле во всем пространстве. Силовое поле входит в правую часть уравнения (30) как в явной форме, так и неявно, через вектор \mathbf{u}_0 (см.(28)). Согласно (30), полной компенсации однородного внешнего поля и сил инерции не происходит из-за релятивистских поправок к уравнению движения. Отметим, что в случае однородного поля сила, действующая на частицу в системе отсчета \tilde{K} , не зависит от радиуса-вектора частицы \mathbf{r} , но зависит от ее скорости \mathbf{u} . Это приводит к тому, что в состоянии невесомости находится частица, покоящаяся в системе отсчета \tilde{K} в произвольной точке пространства. Однако если частицу вывести из состояния невесомости, сообщив ей начальную скорость $\mathbf{u} = 0$, возникает силовое воздействие на частицу.

Чтобы установить характер движения частицы, выведенной из состояния невесомости, рассмотрим следующее начальное состояние:

$$\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_0 \neq 0, \quad \mathbf{u}(0) = \mathbf{u}_0 \neq 0. \quad (31)$$

Используя выражения (28) и (29), из (5) и (6) выводим следующие начальные условия:

$$\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{u}(0) = \mathbf{u}_0. \quad (32)$$

Решение уравнения движения (15), подчиняющееся начальным условиям (32), можно записать в виде:

$$\mathbf{p}(t) = Ft + m_0 \mathbf{u}_0' \left(1 - \frac{u_0^2}{c^2} \right)^{-1/2}, \quad \mathbf{u}(t) = \frac{\mathbf{p}(t)}{m_0} \left(1 + \left(\frac{\mathbf{p}(t)}{m_0 c} \right)^2 \right)^{-1/2}. \quad (33)$$

Учитывая (5),(6),(28) и (33), находим:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(t) - \mathbf{u}_0(t) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad t \rightarrow \infty. \quad (34)$$

Далее используем закон сохранения энергии, вытекающий из уравнения (15):

$$m_0 c^2 \left(1 - \frac{u^2(t)}{c^2} \right)^{-1/2} - F \mathbf{r}(t) = const. \quad (35)$$

Здесь постоянная определится из начальных условий (32):

$$m_0 c^2 \left(1 - \frac{u_0^2}{c^2} \right)^{-1/2} - F \left(\mathbf{r}_0' + \mathbf{r}_0 \right) = C_1 = const. \quad (36)$$

С другой стороны, используя (34), из (35) и (36) выводим:

$$m_0 c^2 \left(1 - \frac{u_0^2(t)}{c^2} \right)^{-1/2} - \mathbf{F}(\mathbf{r}'(t) + \mathbf{r}_0(t)) = C_1 \quad \text{при } t \rightarrow \infty.$$

Так как $\mathbf{r}_0(t)$ подчиняется уравнению (20), то имеет место закон сохранения (ср. с (35))

$$m_0 c^2 \left(1 - \frac{u_0^2(t)}{c^2} \right)^{-1/2} - \mathbf{F} \mathbf{r}_0(t) = C_2 = \text{const}. \quad (37)$$

Из двух последних уравнений видно, что

$$\mathbf{F} \mathbf{r}'(t) = C_2 - C_1 \neq 0 \quad \text{при } t \rightarrow \infty. \quad (38)$$

Комбинируя (37) при $t \rightarrow 0$ и (36), получаем:

$$C_2 - C_1 = m_0 c^2 \left[1 - \left(1 - \frac{u_0^2}{c^2} \right)^{-1/2} \right] + \mathbf{F} \mathbf{r}_0'.$$

Отсюда и из (38) видно, что

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}'(t) - \mathbf{r}_0') = m_0 c^2 \left[1 - \left(1 - \frac{u_0^2}{c^2} \right)^{-1/2} \right] \neq 0 \quad \text{при } t \rightarrow \infty.$$

Следовательно, $\mathbf{r}'(t) = \text{const}$, $\mathbf{r}(t) \neq \mathbf{r}_0$ при $t \rightarrow \infty$. Таким образом, в однородном поле состояние частицы $\mathbf{r}(0) \neq 0$, $\mathbf{u}(0) \neq 0$ эволюционирует к состоянию невесомости:

$$\mathbf{r}'(t) = \text{const}, \quad \mathbf{u}(t) = 0 \quad \text{при } t \rightarrow \infty.$$

Иными словами, состояние невесомости характеризуется устойчивостью: если частицу вывести из состояния невесомости с помощью некоторой внешней силы, а затем предоставить частицу самой себе, частица возвращается в свободное состояние (хотя при этом, вообще говоря, $\mathbf{r}(\infty) \neq \mathbf{r}(0)$). Отметим, что сделанный выше вывод относительно устойчивости состояния невесомости частицы в однородном поле является точным: при его получении не использованы какие-либо приближения, основанные на разложении правой части уравнения (17) по степеням \mathbf{r} и \mathbf{u} .

Относительный ход времени между точками A и B , лежащими на траектории движения частицы в однородном поле в инерциальной системе отсчета K , вычислим по формуле (22), используя выражение (28):

$$\frac{dt_A}{dt_B} = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{a_0 t_A}{c} \right)^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{a_0 t_B}{c} \right)^2}}. \quad (39)$$

В нерелятивистском приближении получаем:

$$\frac{dt_A}{dt_B} = 1 + \frac{a_0^2}{2c^2} (t_A^2 - t_B^2). \quad (40)$$

Согласно (39), если $t_B > t_A$, то $dt_B > dt_A$, т.е. при движении частицы в однородном поле с течением времени относительный ход времени вдоль траектории движения возрастает: с течением времени в точке нахождения частицы в инерциальной системе отсчета время течет все быстрее.

В качестве однородного поля рассмотрим поле силы тяжести $\mathbf{F} = m_0 \mathbf{g}$, где $\mathbf{g} = \text{const}$ — ускорение свободного падения частицы. Полагая, что $\mathbf{g} = -g \mathbf{e}_z$, где \mathbf{e}_z — орт координатной системы, направленный вдоль оси z , выразим силу \mathbf{F} через потенциал φ :

$$\mathbf{F} = -m_0 \nabla \varphi, \quad \varphi = gz + \text{const}. \quad (41)$$

Формулы (28) и (29), в которых следует положить $\mathbf{a}_0 = \mathbf{g}$, описывают свободное падение

частицы с нулевой начальной скоростью. В силу (29) при $\frac{gt}{c} \ll 1$ координату свободно падающей частицы в инерциальной системе отсчета K можно записать в виде:

$$z = z_0 - \frac{1}{2}gt^2, \quad \dot{z}_0 = \text{const}. \quad (42)$$

Как видно из (39) — (42), при свободном падении частицы в инерциальной системе отсчета в точке ее нахождения уменьшается потенциал поля и время течет все быстрее. Вычислим интервал собственного времени по формуле (21) (при $dr = 0$), считая выполненным условие $\frac{gt}{c} \ll 1$. Учитывая (28), (41) и (42), получаем:

$$d\tau = \sqrt{1 - \frac{u^2(t)}{c^2}} dt = \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{gt}{c}\right)^2\right) dt = \left(1 + \frac{\varphi}{c^2}\right) dt. \quad (43)$$

При получении последней формулы постоянная в определении (41) потенциала φ выбрана из условия: $\varphi = 0$ при $t = 0$. Относительный ход времени в инерциальной системе отсчета между точками A и B , который можно определить из равенства $d\tau_A = d\tau_B$, выражается формулой (40), в которой $a_0 = g$.

4. Однородные магнитное и электрическое поля

Вначале кратко остановимся на случае однородного магнитного поля $\mathbf{B} = \text{const}$. При движении частицы с зарядом e в этом поле компоненты силы F_0 и F_1 (см.(9)) даются формулами:

$$F_0 = \frac{e}{c}[\mathbf{u}_0 \mathbf{B}], \quad F_1 = \frac{e}{c}[\mathbf{u} \mathbf{B}].$$

Уравнения (10) и (11) можно записать в виде

$$\ddot{\mathbf{r}}_0 = [\boldsymbol{\omega} \mathbf{u}_0], \quad (44)$$

$$\ddot{\mathbf{r}} = [\boldsymbol{\omega} \mathbf{u}], \quad (45)$$

где $\boldsymbol{\omega} = -\frac{e\mathbf{B}}{mc}$. Согласно (44) и (45), в нерелятивистском случае переход в неинерциальную систему

отсчета \tilde{K} , начало координат которой вращается с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$, не исключает однородное магнитное поле. Более того, уравнение движения частицы в системе отсчета \tilde{K} (45) по форме не отличается от уравнения (44). Из уравнения (45) видно, что состояние частицы с

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_0 t \text{ при } \mathbf{r}_0 = \text{const}, \quad \boldsymbol{\omega} = \text{const}, \quad \boldsymbol{\omega} \perp \mathbf{u} \quad (46)$$

является состоянием невесомости частицы. В силу того, что выполняется закон сохранения $u^2 = \text{const}$, если частицу вывести из состояния невесомости, сообщив ей начальную скорость $\mathbf{u}_{0\perp} \neq 0$ ($\mathbf{u}_{0\perp} \perp \mathbf{u}$), и предоставить ее самой себе, то она не возвратится в состояние невесомости.

Уравнение движения частицы в системе отсчета \tilde{K} (19) отличается от уравнения (45) релятивистскими поправками. В остальном характеристики движения в системе отсчета \tilde{K} в релятивистском и нерелятивистском случаях не отличаются друг от друга.

В случае однородного магнитного поля из уравнения (20) вытекает закон сохранения $u_0^2 = \text{const}$. Поэтому в силу (22) $dt_A = dt_B$, т.е. ход времени вдоль траектории движения частицы в однородном магнитном поле в инерциальной системе отсчета K одинаков (течение времени равномерно).

Перейдем теперь к рассмотрению однородных электрического \mathbf{E} и магнитного \mathbf{B} полей, предполагая для определенности, что поле \mathbf{B} направлено вдоль оси z . В случае заряженной частицы с зарядом e компоненты силы F_0 и F_1 (см.(9)) даются формулами

$$F_0 = eE + \frac{e}{c}[\mathbf{u}_0 \mathbf{B}], \quad F_1 = \frac{e}{c}[\mathbf{u} \mathbf{B}] \quad (47)$$

и поэтому уравнение движения частицы в системе отсчета \tilde{K} может быть записано в виде (45). Отсюда следует, что, как и в случае однородного магнитного поля, состояние (46) является состоянием невесомости. Решение уравнения (10), в котором F_0 дается первой из формул (47), можно записать в виде:

$$\mathbf{u}_0(t) = \left[\mathbf{u} r_{0\perp}(t) \right] + \frac{e\mathbf{E}_{\parallel}}{m} t + \mathbf{u}_{0\parallel} + \frac{e}{m\omega_2} \left[\mathbf{u} \mathbf{E}_{\perp} \right], \quad (48)$$

где

$$\begin{aligned} r_{0\perp}(t) &= a \left[\sin(\omega t + \varphi_0), \cos(\omega t + \varphi_0), 0 \right], \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_{\parallel} + \mathbf{E}_{\perp}, \\ \mathbf{E}_{\parallel} &= (0, 0, E_z), \quad \mathbf{E}_{\perp} \perp \mathbf{u}, \quad \mathbf{u}_{0\parallel} = (0, 0, u_{0z}), \quad \omega = \frac{eB}{mc}, \end{aligned}$$

a , φ_0 и u_{0z} — произвольные постоянные. Отсюда получаем следующую формулу для кинетической энергии частицы:

$$\varepsilon_{kin}(t) = \frac{m\mathbf{u}_0^2(t)}{2} = \frac{m}{2} \left\{ \left(\omega r_{0\perp}(t) + \frac{e}{m\omega} \mathbf{E}_{\perp} \right)^2 + \left(\frac{eE_z}{m} t + u_{0z} \right)^2 \right\}. \quad (49)$$

Формула (26), в которой $\varepsilon_{kin}(t)$ дается выражением (49), определяет относительный ход времени в произвольном постоянном во времени однородном внешнем поле. В частном случае скрещенного поля ($E_z = 0$) получается выражение ($m_0 = m$):

$$\frac{dt_A}{dt_B} = 1 + \frac{e}{mc^2} \mathbf{E}_{\perp} \left(\mathbf{r}_{0\perp}(t_A) - \mathbf{r}_{0\perp}(t_B) \right).$$

Для релятивистской частицы ограничимся рассмотрением случая, когда векторы \mathbf{E} и \mathbf{B} параллельны оси z . Решение уравнения (20), в котором функция F_0 определена первой из формул (47), можно записать в виде [17]:

$$\begin{aligned} p_{0x} &= p_{0\perp} \cos \varphi(t), \\ p_{0y} &= -p_{0\perp} \sin \varphi(t), \\ p_{0z} &= eEt + \tilde{p}_{0z}, \end{aligned} \quad (50)$$

где $p_{0\perp} = const$, $\tilde{p}_{0z} = const$, функция $\varphi = \varphi(t)$ подчиняется уравнению

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_0(t), \quad \omega_0(t) = \frac{eB}{mc}, \quad m = \sqrt{m_0^2 + \left(\frac{\mathbf{p}}{c} \right)^2}. \quad (51)$$

Относительный ход времени вычисляем по формуле (22), учитывая равенства (50) и (51) и соотношение

$$1 - \frac{\mathbf{u}^2}{c^2} = \left(1 + \frac{\mathbf{p}^2}{m_0 c^2} \right)^{-1}.$$

Окончательный результат:

$$\frac{dt_A}{dt_B} = \sqrt{\frac{1 + \frac{p_{0\perp}^2}{m_0^2 c^2} + \frac{eEt_A + \tilde{p}_{0z}}{m_0 c}}{1 + \frac{p_{0\perp}^2}{m_0^2 c^2} + \frac{eEt_B + \tilde{p}_{0z}}{m_0 c}}}. \quad (52)$$

Из (52) видно, что в отсутствие электрического поля ($\mathbf{E} = 0$) $dt_A = dt_B$, а при $p_{0\perp} = \tilde{p}_{0z} = 0$ получается формула (39), в которой $a_0 = \frac{eE}{m_0}$.

5. Гравитационное поле точечной частицы

Рассмотрим движение точечной частицы массой m в гравитационном поле, порождаемом точечной частицей массой M , находящейся в начале координат системы отсчета K . Движение частицы описывается уравнением (4), в котором

$$\mathbf{F} = -\frac{\alpha \mathbf{r}}{r^3}, \quad (53)$$

где $\alpha = GmM$, G — постоянная гравитационного взаимодействия.

Используя соотношение (5), связывающее между собой координаты частицы в системах отсчета K и \tilde{K} , преобразуем уравнение движения частицы (4) к следующему уравнению, описывающему движение частицы в системе отсчета \tilde{K} :

$$m\ddot{\mathbf{r}}' = -\frac{\alpha \mathbf{r}' + \mathbf{r}_0(t)}{|\mathbf{r}' + \mathbf{r}_0(t)|^3} - m\ddot{\mathbf{r}}_0(t) \equiv \tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}', t). \quad (54)$$

Условие того, что частица, покоящаяся в начале координат системы отсчета \tilde{K} , является свободной, выражается равенством

$$\tilde{\mathbf{F}}(0, t) = 0, \quad (55)$$

которое дает уравнение, определяющее функцию $\mathbf{r}_0(t)$:

$$m\ddot{\mathbf{r}}_0(t) = -\frac{\alpha \mathbf{r}_0(t)}{r_0^3(t)}. \quad (56)$$

Выражение для силы $\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}', t)$ разлагаем в степенной ряд по \mathbf{r}' и в предположении, что $|\mathbf{r}'| \ll r_0(t)$, в этом разложении оставляем только линейные члены. В результате получаем уравнение движения в следующей форме:

$$m\ddot{\mathbf{r}}' = -\frac{\alpha}{r_0^3(t)} \left(\mathbf{r}' - \frac{3\mathbf{r}_0(t) \mathbf{r}' \mathbf{r}_0(t)}{r_0^2(t)} \right) \equiv \mathbf{F}_1(\mathbf{r}', t). \quad (57)$$

Как видно из (57), состояние частицы, находящейся в начале координат системы отсчета \tilde{K} , является состоянием невесомости. При $\mathbf{r}' \neq 0$ на частицу действует сила $\mathbf{F}_1(\mathbf{r}', t)$, возникающая из-за неоднородности гравитационного поля.

Предположим, что

$$\mathbf{r}_0(t) = r_0(t) \mathbf{n}, \quad (58)$$

где $0 < r_0(t) < \infty$, $\mathbf{n} = const$, $|\mathbf{n}| = 1$. Вектор \mathbf{n} характеризует радиальное направление, в котором происходит свободное падение системы отсчета \tilde{K} на силовой центр, роль которого играет точечная частица массы M . В этом случае уравнение (56) можно записать в виде:

$$m\ddot{\mathbf{r}}_0(t) = -\frac{\alpha}{r_0^2(t)}. \quad (59)$$

Рассмотрим характер движения частицы в окрестности начала координат системы отсчета \tilde{K} . Для упрощения выкладок в уравнении (57) пренебрегаем зависимостью от t величины $r_0(t)$, считая эту зависимость достаточно слабой ($r_0(t) = r_0$). Введем тройку взаимно ортогональных ортов системы отсчета \tilde{K} , $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$, такую, что $\mathbf{e}_3 = \mathbf{n}$, $|\mathbf{e}_3 \mathbf{e}_1| = \mathbf{e}_2$, $|\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2| = \mathbf{e}_3$. Решение уравнения (57) ищем в виде:

$$\mathbf{r}' = \mathbf{e}_1 A_1 + \mathbf{e}_2 A_2 + \mathbf{e}_3 A_3, \quad (60)$$

где $A_n = A_n(t)$ ($n = 1, 2, 3$) - искомые функции, удовлетворяющие системе уравнений:

$$m\ddot{A}_1 = -\frac{\alpha}{r_0^3} A_1, \quad m\ddot{A}_2 = -\frac{\alpha}{r_0^3} A_2, \quad m\ddot{A}_3 = \frac{2\alpha}{r_0^3} A_3. \quad (61)$$

Общее решение уравнений (61) имеет вид:

$$A_n = A_{n0} \cos(\omega_1 t + \varphi_n), \quad n = 1, 2, \quad \omega_1 = \left(\frac{\alpha}{mr_0^3} \right)^{1/2}, \quad (62)$$

$$A_3 = A_3' e^{-\omega_2 t} + A_3'' e^{\omega_2 t}, \quad \omega_2 = \left(\frac{2\alpha}{mr_0^3} \right)^{1/2},$$

где $A_{n0}, \varphi_n (n = 1, 2), A_3'$ и A_3'' - произвольные постоянные. Согласно (62), если исключить из рассмотрения решение, отвечающее неустойчивому движению, т.е. если выбрать начальные условия таким образом, чтобы $A_3'' = 0$, то картина движения частицы в системе отсчета \tilde{K}' в окрестности точки $\mathbf{r} = 0$ при $t \geq 0$ такова: вдоль оси \mathbf{e}_3 частица асимптотически приближается к точке $\mathbf{r} = 0$, а вдоль осей \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_2 она осциллирует относительно этой точки с частотой ω_1 .

Отметим, что выражение для силы $\mathbf{F}_1(\mathbf{r}, t)$, действующей на частицу в системе отсчета \tilde{K}' (см. (57) и (58)) зависит от выбора радиального направления, описываемого ортом \mathbf{n} , вдоль которого происходит падение системы отсчета \tilde{K}' на силовой центр. Существование этой зависимости приводит к тому, что системы отсчета \tilde{K}' , отличающиеся друг от друга только направлением поступательного движения относительно системы отсчета K (т.е. направлением падения на силовой центр), физически неэквивалентны между собой. Имеется, таким образом, бесконечно много физически неэквивалентных между собой квазиинерциальных систем отсчета, в каждой из которых возможно состояние невесомости частицы.

Движение частицы в системе отсчета \tilde{K}' , свободно падающей на силовой центр вдоль направления \mathbf{n} , описывается уравнением (54), где функция $r_0(t)$ подчиняется уравнению (59).

Перейдем к системе отсчета $\tilde{\tilde{K}}'$, которая получается из системы отсчета \tilde{K}' путем ее трансляции вдоль вектора \mathbf{n} и которая движется вдоль этого вектора равномерно и прямолинейно относительно системы отсчета \tilde{K}' . Координаты $\{x, y, z\} \equiv \mathbf{r}$ и $\{x, y, z\} \equiv \mathbf{r}$ частицы в указанных системах отсчета связаны между собой равенством $\mathbf{r} = \mathbf{r} + \mathbf{a} + \mathbf{b}t$, где $\mathbf{a} = \mathbf{a}n, \mathbf{b} = \mathbf{b}n, a, b = const$.

Переходя в уравнении (54) от переменных \mathbf{r} к переменным \mathbf{r} и используя обозначение

$$\mathbf{a} + \mathbf{b}t + \mathbf{r}_0(t) = \mathbf{r}_0(t),$$

получаем следующее уравнение движения:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = - \frac{\alpha \mathbf{r} + \mathbf{r}_0(t)\mathbf{n}}{|\mathbf{r} + \mathbf{r}_0(t)\mathbf{n}|^3} - m\ddot{\mathbf{r}}_0(t)\mathbf{n}. \quad (63)$$

Если функцию $r_0(t)$ подчинить уравнению

$$m\ddot{r}_0(t) = - \frac{\alpha}{r_0^2(t)}. \quad (64)$$

то уравнения (63) и (64) по форме совпадут с уравнениями (54) и (59), соответственно. Это значит, что свободно падающие к силовому центру в некотором радиальном направлении системы отсчета, которые могут быть совмещены друг с другом путем их трансляции в этом направлении и которые движутся равномерно и прямолинейно друг относительно друга, физически эквивалентны.

Переходя к решению уравнения (59), выпишем прежде всего вытекающий из него закон сохранения энергии ($U(t)$ - потенциальная энергия):

$$\frac{mu_0^2(t)}{2} + U(t) \equiv E = const, \quad U(t) = - \frac{\alpha}{r_0(t)}. \quad (65)$$

Исключая $r_0(t)$ из равенств (59) и (65), приходим к следующему уравнению движения:

$$m \frac{du_0(t)}{dt} = - \frac{1}{\alpha} \left(\frac{mu_0^2(t)}{2} - E \right)^2. \quad (66)$$

Если на решение уравнения (66) наложить начальное условие

$$u_0(t) = u_0 = \text{const} \text{ при } t \rightarrow 0, \quad (67)$$

то уравнение (66) эквивалентно следующему интегральному уравнению:

$$\int_{u_0}^{u_0(t)} \left(x^2 - \frac{2E}{m} \right)^{-2} dx = - \frac{m}{4\alpha} t. \quad (68)$$

Рассмотрим случай, когда частица начинает падение на силовой центр в момент времени $t \rightarrow 0$, имея нулевую начальную скорость: $u_0 = 0$. В силу (65)

$$r_0(0) = - \frac{\alpha}{E} \equiv r_0, \quad E < 0. \quad (69)$$

В области $\frac{mu_0^2(t)}{2} \ll |E|$ подынтегральное выражение в (68) разложим в ряд по степеням

$\frac{m}{2E} x^2$ и ограничимся несколькими членами разложения. В результате получаем выражение:

$$u_0(t) - \frac{m}{3|E|} u_0^3(t) + \dots = - t \frac{E^2}{\alpha m}.$$

Отсюда:

$$\begin{aligned} u_0(t) &= g_0 t + g_1 t^3 + \dots, \quad r_0(t) = r_0 + \frac{1}{2} g_0 t^2 + \dots, \\ g_0 &= - \frac{\alpha}{mr_0^2}, \quad g_1 = - \frac{\alpha_2}{3m^2 r_0^5}. \end{aligned} \quad (70)$$

Собственное время $d\tau$ частицы, покоящейся в начале координат системы отсчета \tilde{K} , вычислим по формуле (21) (при $d\mathbf{r} = 0$). Используя указанные выше начальные условия и учитывая закон сохранения энергии $\mathcal{E}_{kin}(t) + U(t) = U(0)$, выводим:

$$\sqrt{1 - \frac{u_0^2(t)}{c^2}} = 1 + \frac{\alpha}{mc^2} \left(\frac{1}{r_0(0)} - \frac{1}{r_0(t)} \right). \quad (71)$$

Вводя потенциал гравитационного поля

$$\varphi(t) = \frac{\alpha}{m} \left(\frac{1}{r_0(0)} - \frac{1}{r_0(t)} \right),$$

получаем формулу, по форме совпадающую с (43):

$$d\tau = \left(1 + \frac{\varphi(t)}{c^2} \right) dt. \quad (72)$$

Из (72) получается следующее выражение для относительного хода времени в инерциальной системе отсчета между точками A и B :

$$\frac{dt_A}{dt_B} = 1 - \frac{1}{c^2} (\varphi(t_A) - \varphi(t_B)) = 1 + \frac{\alpha}{mc^2} \left(\frac{1}{r_0(t_A)} - \frac{1}{r_0(t_B)} \right). \quad (73)$$

Так как по мере приближения частицы к силовому центру величина $r_0(t)$ уменьшается (при этом согласно (70) величина скорости $|u_0(t)|$ возрастает), то в силу (72) и (73) собственное время частицы уменьшается, но относительный ход времени в инерциальной системе отсчета K возрастает. Таким образом, в инерциальной системе отсчета по мере приближения частицы к силовому центру в точке нахождения частицы время течет быстрее.

Отметим, что в силу (70) при $|r_0(t) - r_0(0)| \ll |r_0(0)|$ потенциал $\varphi(t)$ можно записать в виде $\varphi(t) = - g_0^2 t^2 / 2$ и поэтому формула (73) для относительного хода времени приводится к выражению (40), в котором следует выполнить замену $a_0 \rightarrow g_0$.

6. Заключение

Выяснение физической природы времени составляет важнейшую задачу теоретической физики. Целью исследований по проблеме времени является выявление физических свойств времени, т.е. установление возможной взаимосвязи между временем и материальными процессами. В частности, представляет интерес выяснить,

- зависит ли течение времени от физических процессов и существует ли обратное влияние изменения темпа времени на физические процессы,
- каковы механизмы изменения хода времени,
- какие факторы способны ускорить или замедлить течение времени.

В работах [5-8] на основе анализа преобразований Лоренца, примененных к координатам точек, лежащих на траектории движения частицы под действием силового поля, предсказано явление локальной динамической неоднородности времени. Основным результатом состоит в доказательстве того, что материальные процессы, происходящие в физической системе под действием силового поля, неизбежно влияют на темп времени вдоль траектории движения частицы. При этом речь шла об изменении хода времени вдоль траектории движения частицы в одной инерциальной системе отсчета по сравнению с ходом времени в другой.

В настоящей работе сделан следующий шаг: получено соотношение, связывающее ход времени на одном участке траектории движения частицы под действием силового поля с ходом времени на другом участке в одной и той же инерциальной системе отсчета. Главная идея, лежащая в основе развитаемого подхода, вытекает из анализа преобразований Лоренца и состоит в том, что ход времени частицы, движущейся по инерции, т.е. не подверженной силовому воздействию, должен быть равномерным.

Отметим важную особенность неинерциальной системы отсчета, в которой осуществляется состояние невесомости частицы: существует такая пространственно-временная область, в которой рассматриваемую систему отсчета можно приближенно считать инерциальной. В связи с тем, что такие системы отсчета (мы предлагаем называть их квазиинерциальными в отличие от истинных инерциальных систем отсчета), вообще говоря, не равноправны между собой (см. предыдущий раздел), приобретает особое значение установление строгого критерия инерциальности системы отсчета. Динамические критерии инерциального и неинерциального состояний рассматриваются в работах Б. И. Пешевицкого [18]. По-видимому, гелиоцентрическая система отсчета относится к числу квазиинерциальных систем отсчета, будучи инерциальной с достаточной точностью лишь в ограниченной области пространства (например, в пределах нашей Галактики) [16].

Л и т е р а т у р а :

1. *Блохинцев Д. И.* Пространство и время в микромире — М., Наука. — 1970.
2. *Prigogine I.* From Being to Becoming: Time and Complexity in the Physical Sciences — W. H. Freeman & Co., San Francisco. — 1980.
3. *Prigogine I. and Stengers I.* Order Out of Chaos — Bantam Books, New York. — 1983.
4. *Логонов А. А.* Лекции по теории относительности и гравитации: Современный анализ проблемы. — М., Наука. — 1987.
5. *Олейник В. П.* Новейшее развитие квантовой электродинамики: самоорганизующийся электрон, сверхсветовые сигналы, динамическая неоднородность времени. // Физический вакуум и природа, **4**, 3-17. — 2000.
6. *Oleinik V. P., Borimsky Ju. C., Arepjev Ju. D.* Time, What is it? Dynamical Properties of Time. // Physical Vacuum and Nature, **5**, 65-82 (2000); *New Ideas in Electrodynamics: Physical Properties of Time.* Semiconductor Physics, Quantum Electronics & Optoelectronics, **3**, №4, 558-565. E-print: **quant-ph/0010027**.
7. *Боримский Ю. Ц., Олейник В. П.* Ход времени в классической и квантовой системах и динамический принцип. // Физический вакуум и природа, **6**, — 2001. — (в печати).
8. *Oleinik V. P.* The Problem of Electron and Superluminal Signals. (Contemporary Fundamental Physics) — Nova Science Publishers, Inc., Huntington, New York. — 2001.
9. *Kozyrev N. A.* Selected Transactions. — Leningrad University Press, Leningrad, 1991. (in Russian).
10. *Lavrent'ev M.M., Eganova I.A., Medvedev V.G., Olejnik V.K., and Fominykh S.F.* On scanning of the celestial sphere by Kozyrev's sensor. — Doklady AN SSSR, 323(4), 649—6527 — 1992. (in Russian).

11. *Акимов А. Е., Ковальчук Г. У., Медведев В. П., Олейник В. К., Пугач А. Ф.* Предварительные результаты астрономических наблюдений неба по методике Н. А. Козырева. — АН Украины, Главная астрономическая обсерватория. Препринт ГАО-92-5Р. — 1992. — 16 с.
12. *Eganova I. A.* The World of Events Reality: Instantaneous Action as a Connection of Events through Time, Instantaneous Action-at-a-Distance in Modern Physics. — Nova Science Publishers, Inc., New York, 1999.
13. *Lavrent'ev M. M. and Eganova I. A.* Physical Phenomena Predicted and Revealed by N.A.Kozyrev, in the Light of Adequacy of Space-Time to Physical Reality. — *Phylosophy of Science*, 1(3), 34-43 (1997) (in Russian).
14. *Jefimenko O. D.* Electromagnetic Retardation and Theory of Relativity (Electret Scientific Company, Star City, 1997).
15. *Хайкин С. Э.* Силы инерции и невесомость — М., Наука. — 1967.
16. *Сивухин Д. В.* Общий курс физики. Механика — М., Наука. — 1979.
17. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. — М., Наука. — 1973.
18. *Пецевичский Б. И.* Динамические критерии инерциального и неинерциального состояний, ч.1 и 2. *Философия науки*, №1(7), 79-84 (2000); №1(9), 99-109 (2001).

Статья поступила в редакцию 01.03.2001

Oleinik V. P.

Change of the course of time in force field and imponderability

It is shown that the force in relativistic mechanics is not only the cause of acceleration of particle relative to an inertial frame of reference, but also the cause of change of the course of time along the particle's trajectory. Therein lies the physical content of the dynamical principle underlying special relativity (relativistic mechanics). The general formula for the relative course of time between the points lying on the trajectory of motion of particle under the action of a force field in an inertial reference frame is derived. The applications of the theory developed to homogeneous fields — to the field of gravity and electromagnetic field and to the gravitational field produced by a point mass particle are considered. Physical properties of the state of imponderability of particle in an external force field are investigated.