

## ФИЗИКА СОЗНАНИЯ

УДК 159.9.101, 159.964, 510.2, 530.145, 577.359, 577.38, 577.388

Букалов А. В.

### МЫШЛЕНИЕ И КВАНТОВАЯ ФИЗИКА: ТЕОРЕМЫ ГЕДЕЛЯ, ТАРСКОГО И ПРИНЦИП НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Международный институт соционики,  
а/я 23, г.Киев-206, 02206, Украина;  
e-mail: bukalog@socionics.ibc.com.ua

Показано, что квантомеханические закономерности мышления находят свое отражение в парадоксах метаматематики и выражаются теоремами Тарского и Гёделя. Предложено соотношение неопределенностей для формального и семантического описания объектов в метаматематике и объяснение «парадокса лжеца». Полученные результаты могут быть применимы при создании искусственного интеллекта на основе квантовых компьютеров.

*Ключевые слова:* квантовая механика, квантомеханическое мышление, парадоксы метаматематики, формально-семантическое соотношение неопределенностей, искусственный интеллект, квантовый компьютер.

Если закономерности мышления подобны квантомеханическим [1], то это значит, что принцип неопределенности должен проявляться и в сфере математического мышления. И в самом деле, в метаматематике, занимающейся анализом оснований математики и математического мышления, существует теорема Тарского, выражающая принцип неопределенности в математической логике: **Если теория  $A$  непротиворечива, то диагональная функция  $D$  и множества  $U$  всех истинных предложений теории  $A$  не могут быть одновременно определимы в  $A$**  [5]. Здесь  $D$  — функция нумерации высказываний в модели  $A$ . Это функция формул и она отражает формальный аспект в теории  $A$ . Множество всех истинных предложений теории  $A$  выражает семантику этой теории. Таким образом формальное и семантическое описания теории  $A$  одновременно неопределимы и дополнительны. Тогда возникают два крайних случая, рассматриваемых в метаматематике: либо в непротиворечивой теории определима диагональная функция  $D$ , а множество ее истинных предложений  $U$  не определимо, либо  $D$  не определима при определенности  $U$ . Если  $D$  сопоставить некоторый оператор  $\hat{D}$ , а  $U$  — оператор  $\hat{U}$ , то мы можем получить выражение, связанное с некоммутативностью этих функций или операторов:

$$[\hat{D}, \hat{U}] = iz \quad (1)$$

Соответственно, если не рассматривать, как выше, вырожденные случаи и ввести некоторые меры  $m(D)$  и  $m(U)$  на пространствах функций  $D$  и  $U$ , то мы можем записать аналог физического отношения неопределенности в метаматематике:

$$\Delta D \cdot \Delta U \geq z \quad (2)$$

где  $\Delta D$  и  $\Delta U$  — меры отклонения  $D$  и  $U$  от истинных значений. Неточности определенности величин  $D$  и  $U$  не могут быть меньше некоторой константы в теории  $A$ . То есть ошибка одновременного измерения (или вычисления)  $\Delta D$  и  $\Delta U$  не может быть меньше константы  $z$ . Отсюда следует теорема:

**Теорема: В вероятностном смысле при наличии неточностей (или меры неопределенности)  $D$  и  $U$  могут одновременно быть определимыми в  $A$ .<sup>1</sup>**

Таким образом, строго формальное описание теории не имеет никакого истинного или семантического содержания, а в случае семантически истинной теории не существует формализованного описания, каким бы сложным оно не было. Это справедливо для многих разделов математики, в том числе и для рекурсивной арифметики, на которую опирается теория квантов. В рассматриваемом представлении принцип неопределенности в самой квантовой механике формулируется следующим образом:

<sup>1</sup> Мы не даем строгого доказательства этой теоремы, т.к. это не входит в задачи данной статьи.

**При энергетическом квантованном (числовом) описании кванто-механическая теория или система неразрешима в координатном представлении (координата не определена, то есть отсутствует, или определена со значительной неточностью). Справедливо и обратное: при полном пространственно-временном описании теория неразрешима в импульсно-энергетическом представлении.**

В самом деле, признав за объектами, формальными, в том числе — логическими, объектами сознания, свойство наблюдаемости (при ненаблюдаемости самого сознания), а также их дискретность и конечность (языковые, символичные выражения), мы можем их сопоставить как формальные, наблюдаемые, дискретные объекты с квантованной энергией—импульсом.

Таким образом, формальный оператор  $\hat{D}$  аналогичен квантомеханическому оператору импульса  $\hat{P}$ . Тогда семантическому оператору  $\hat{U}$  можно сопоставить оператор координаты  $\hat{X}$ . При этом аналогом пространственно-временной неопределенности  $\Delta X$  будет неопределенность смысла  $\Delta U$ . В результате еще раз сравним два положения в метаматематике и в квантовой механике:

<i>метаматематика</i>	<i>квантовая механика</i>
Если теория формальна по существу, то она бессодержательна.	Точное наблюдение импульса уничтожает знание координаты или траектории движения $\Delta X$ частицы.
Содержательная теория неформализуема	Наблюдение координаты уничтожает интерференцию и значение импульса $\Delta P$ .
соотношения неопределенностей	
$\Delta D \cdot \Delta U \geq z$	$\Delta P \cdot \Delta X \geq \hbar/2$

По-видимому в этом же смысле можно интерпретировать и теорему Геделя о неполноте:

**Теорема Геделя о неполноте:**

Каждая логическая система, настолько богатая, чтобы содержать формализацию арифметики, либо  $\omega$ -противоречива, либо содержит некоторую неразрешимую (хотя и истинную) формулу, т. е. такую формулу, что в данной системе ее нельзя ни доказать, ни опровергнуть (хотя с помощью дополнительных средств, выходящих за рамки этой системы, можно показать ее истинность), иными словами, любая данная  $\omega$ -непротиворечивая система указанного типа (синтаксически и семантически) неполна и даже непополнима [5].

Таким образом эта теорема утверждает принципиальную невыразимость или невозможность вербализации (т. е. ненаблюдаемость) математических объектов (или объектов математического, да и любого другого, мышления). Любопытно отметить, что Гедель при доказательстве своей теоремы исходил из парадокса лжеца (некто говорит: «Я лгу»...). Но это утверждение можно расширить до градации оттенков выражения, т.е. ввести некоторую меру, что выявляет необходимость различения феноменального и семантического аспекта высказывания и снимает парадокс:

- а) Чем более формально он говорит «я лгу», тем более семантически он говорит правду. Таким образом, формальный аспект формулы констатирует утверждение, которое внутри себя истинно и непротиворечиво, т.е. внутренне семантически правдиво, но бессодержательно.
- б) Чем более эта фраза верна в семантическом, содержательном, истинностном аспекте, тем она менее верна формально, т.е. ее нельзя отнести к множеству формальных утверждений.

Таким образом возникают два случая:

- 1)  $\hat{F}$  (я лгу) — определено (definable), а  $\hat{S}$  (я лгу) — не определено (undefinable);
- 2)  $\hat{F}$  (я лгу) — не определено (undefinable), а  $\hat{S}$  (я лгу) — определено (definable),

в зависимости от того, в каком аспекте, формальном или семантическом мы рассматриваем это или другое утверждение.

В общем виде можно записать:  $\Delta f(\text{я лгу}) \cdot \Delta s(\text{я лгу}) > \text{const}$ . Это формула обычных житейских выражений, где присутствуют в смешанном виде оба аспекта<sup>2</sup>, которые человеческий разум, в отличие от машины, обычно различает.

Отметим, что частным случаем этого соотношения является теория нечетких множеств Лофти-Заде, оперирующая нечетко определенными понятиями. В этом смысле она отличается от

---

<sup>2</sup> Именно это обстоятельство и вызывает трудности в системах искусственного интеллекта, машинного перевода и др.

полной теории так, как описание редуцированной волновой функции в квантовой механике (что дает распределение вероятностей) от нередуцированной (что дает интерференцию и суперпозицию амплитуд вероятностей формального и семантического аспектов). Здесь мы можем говорить о векторе состояния или волновой функции мышления  $\psi_B(f, s)$ , содержащей оба дополнительных аспекта, и об операторах  $\hat{F}$ ,  $\hat{S}$ , действующих на эту волновую функцию. Отметим, что чем проще формальное предложение, тем больше значений оно содержит<sup>3</sup>.

При этом, для волновой функции  $\psi_B(f, s) = e^{-\frac{iFS}{z}} = e^{-\frac{iR}{z}}$  (где  $R$  — аналог действия), могут быть записаны соответствующие квантомеханические уравнения:

$$iz \frac{\partial \Psi_B}{\partial F} = \hat{S} \Psi_B; \quad iz \frac{\partial \Psi_B}{\partial S} = \hat{F} \Psi_B \quad (3)$$

С этой точки зрения, восприятие человеком целых чисел и умение оперировать ими могут быть отражением квантовых ячеек фазового пространства мышления, определяемых постоянной Планка  $\hbar$  или ее аналогом  $z$ .

Если исходить из формулировки квантовой механики Р. Фейнмана в виде интегралов по траекториям, то можно рассматривать интегралы на формальном, знаковом и на семантическом, смысловом пространстве.

Так, логическое рассуждение можно представить как движение на формальном пространстве альтернативных траекторий<sup>4</sup>. И наоборот, движение в семантическом пространстве альтернативных траекторий представляет собой процесс интуитивного познания<sup>5</sup>. При этом наблюдение сознанием каких либо внутренних (психических) конструкций или образов можно описать формализмом комплексного гамильтониана М. Менского [6].

Теоремы Гёделя и Тарского связаны между собой. Как отмечается в [3, 5], если теорема Гёделя показывает принципиальную ограниченность любой достаточно богатой системы, то теорема Тарского демонстрирует ограниченность выразительных возможностей таких систем.

Если, с учетом вышесказанного, обратить эти рассуждения на квантовую механику, то мы обнаружим следующее. Во-первых, квантовая механика как система принципиально неполна. В частности, она допускает, в соответствии с теоремой Гёделя, недоказуемые утверждения о существовании скрытых переменных.

Подобные модели в рамках ортодоксальной квантовой механики были предложены Де-Бройлем, Вижье, Д. Бомом и др. В рамках расширенной системы квантовой механики, предложенной нами [2] эти модели справедливы как феноменологические. Во-вторых, ограниченность выразительных возможностей (по теореме Тарского) ортодоксальной квантовой механики определяется принципом неопределенности Гейзенберга (или принципом дополнительности Бора). Подобное рассмотрение может быть проведено и для других физических теорий. Так, например, классическая механика может быть полностью формализована за счет отказа от рассмотрения процессов в неравномерном, невырожденном ньютоновском пространстве-времени. Как показал А. Пуанкаре [4], либо мы рассматриваем силы, действующие на объекты классической механики, либо геометрию пространства, в котором эти объекты движутся. Эта дополнительность также, вероятно, соответствует теореме Тарского: геометрия пространства определяет множество истинных движений объектов.

Таким образом, использование связи теорем Гёделя, Тарского и принципа дополнительности позволяет выходить за рамки существующих теоретических схем<sup>6</sup> с целью их совершенствования, обобщения и расширения границ познания. Понимание происхождения парадоксов мышления позволяет более целенаправленно перестроить основы математики. Кроме того, рассмотренные нами

<sup>3</sup> Простой пример — первобытный язык, где одно слово имеет несколько значений; и наоборот — в современном языке значение какого-либо понятия часто описывается многими фразами.

<sup>4</sup> Крайний случай — логика компьютеров.

<sup>5</sup> Крайний случай — интуитивное, медитативное проникновение в то, что любой символ или объект выражает собой весь мир, все его смыслы (как это отражено в Ведах, Упанишадах, ЛСД-отчетах). То же относится, например, и к эмоциональному восприятию: один поступок человека выражает его внутреннюю сущность.

<sup>6</sup> Кстати, принцип неопределенности действует и в современной теоретической физике: формальное описание настолько усложнилось (суперсимметрия, суперструны и др.), что утратило всякую семантику или истинность в виде связи с опытом. Предсказывается множество поколений элементарных частиц, но нет никаких семантических критериев или ограничений на их наблюдаемость.

вопросы имеют прямое отношение к созданию и функционированию искусственного интеллекта, его умению различать смыслы и оперировать ими, а не только формальными конструкциями. В искусственном интеллекте, который может быть построен на основе квантовых компьютеров, отмеченные нами закономерности будут неизбежно проявляться. И одного формализованного программирования без семантического обучения будет недостаточно. Без соответствующего обучения семантические знания искусственного интеллекта могут формироваться случайным образом, в результате чего его поведение может стать непредсказуемым вследствие проявления формально-семантического соотношения неопределенностей (2).

#### **Л и т е р а т у р а :**

1. Букалов А. В. Психика, жизненные процессы и квантовая механика — феноменологический подход. //Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2001. — № 1.
2. Букалов А. В. Расширенная квантовая механика. //Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2002. — в печати.
3. Клини С. К. Математическая логика. — М.: Мир. — 1973.
4. Пуанкаре А. О науке. — М.: Наука. — 1983.
5. Френкель А., Бар-Хилел И. Основания теории множеств. — М.: Мир. — 1966.
6. Mensky M. V. Quantum Measurement and Decoherence: Models and Phenomenology. — Dordrecht: Kluwer Academic Publ., 2000.

*Статья поступила в редакцию 10.03.2001*

*Boukalov A. V.*

#### **Thinking and quantum physics: the Gödel and Tarski theorems and uncertainty principle**

It is shown that the quantum-mechanical regularities of thinking found their reflection in the metamathematical paradoxes and they are expressed by the Gödel and Tarski theorems. It is proposed the uncertainty relation for formal and semantic describing of the objects in metamathematics, and also an explanation of the “paradox of a liar”. The obtained results can be used in creation of artificial intelligence on the base of quantum computers.

*Key words:* quantum mechanics, quantum-mechanical thinking, metamathematical paradoxes, formal-semantic uncertainty relation, artificial intelligence, quantum computer.