

Николенко А. Д.

**ВЕЛИЧИНА 4-Х СИЛЫ  
В ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ МИНКОВСКОГО  
И ЗАПРЕТ НА ТРАНСВРЕМЕННЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ**

e-mail: [alniko@ukr.net](mailto:alniko@ukr.net)

Рассмотрена возможность трансвременного взаимодействия частиц, занимающих разные положения во временном измерении в пространстве-времени Минковского. Вводится понятие 4-х интервала  $\Delta S$  между движущимися в пространстве-времени Минковского частицами, который имеет ненулевую временную компоненту (дистанцию)  $\Omega$ . Вводится понятие трансвременного взаимодействия таких частиц. Отмечено, что 4-вектор силы Минковского не выполняет в релятивистской механике ту же роль, какую трехмерный пространственный вектор силы играет в основном законе движения в классической механике. Показано, что 4-х вектор силы должен быть представлен 4-х нуль вектором специального вида. Особенностью такого вектора силы является существование ненулевой пространственной компоненты и нулевой временной компоненты  $F_i \equiv 0$ . Отсюда следует запрет на трансвременные взаимодействия в плоском пространстве-времени Минковского.

*Ключевые слова:* специальная теория относительности, пространство-время Минковского, сила Минковского, 4-х вектор силы, нуль-вектор, трансвременные взаимодействия.

Важнейшим вопросом динамики являются силовые взаимодействия частиц, влияющие на их движение. В классической механике закон движения определяется вторым законом Ньютона, связывающего величину силы, действующей на тело, с вызываемым этой силой ускорением и массой тела. Этот закон хорошо работает в трехмерном евклидовом пространстве. Поэтому естественным является желание обобщить этот закон и на четырехмерное пространство-время Минковского. Однако, несмотря на успехи релятивистской динамики, 4-х мерный аналог второго закона Ньютона, который бы реально определял движение материальных частиц как в трехмерном евклидовом пространстве, так и во временном измерении, получить не удалось. В связи с этим релятивистская механика ничего не может сказать о поведении и возможности взаимодействия частиц, которые по-разному размещены во временном измерении пространства-времени Минковского. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Положению любой частицы (события) в пространстве-времени Минковского  $R^{4}_{1,3}$  можно сопоставить 4-х радиус-вектор вида  $r^{\mu} = (ct, \mathbf{r})$ , позволяющий локализовать эту частицу (событие) в  $R^{4}_{1,3}$ . Здесь  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор, заданный на соответствующем собственно евклидовом подпространстве  $R^3_{(3)}$ . Оно представляет собой пространственноподобную изохронную гиперповерхность (гиперплоскость)  $G$ , ортогональную оси времени  $x^0 = ct$ .

Поскольку в общем случае на положения частиц в  $R^{4}_{1,3}$  не накладывается никаких ограничений, то нельзя исключать, что они могут разделяться пространственно-временными интервалами. В общем случае в  $R^{4}_{1,3}$  любому положению некоторой частицы  $\xi$  можно сопоставить положение некоторой частицы  $\xi'$  такое, что 4-интервал  $\Delta S$  между ними может содержать ненулевую временную компоненту. Такую компоненту интервала  $\Delta S$  будем именовать временной *дистанцией*  $\Omega = c\Delta t$ . В этом случае 4-х интервал между частицами записывается в виде:  $\Delta S = (\Omega, \Delta r)$ . Здесь  $\Delta r$  — разность трехмерных пространственных радиус-векторов частиц  $\xi$  и  $\xi'$ .

Особо подчеркнем, что в данном случае  $\Delta S$  является интервалом между движущимися *частицами*, а не фиксированными *событиями*, и он может иметь нулевое значение с ненулевой компонентой  $c\Delta t$ . Определяющее значение имеет именно временная компонента, а не величина самого интервала  $\Delta S$ . В этом заключается принципиальное различие между  $\Delta S$  и 4-х интервалом между событиями, используемым в специальной теории относительности.

Введем понятие трансвременного взаимодействия следующим образом.

**Определение 1.** Под трансвременным взаимодействием будем понимать взаимодействие частиц, разделенных пространственно-временным интервалом  $\Delta S$ , который имеет ненулевую временную компоненту (дистанцию)  $\Omega$ .

Вся современная экспериментальная физика подтверждает, что под релятивистской силой следует понимать *трехмерный пространственный вектор*  $F$ , являющийся производной от релятивистского импульса  $p$ :

$$F = \frac{d}{dt} p. \quad (1)$$

Это равенство представляет основной релятивистский закон движения частицы в инерциальной пространственной системе отсчета при любых допустимых скоростях. Как известно [Савельев, с.134], попытки представить вектор силы в форме 4-вектора привели к понятию силы Минковского  $M^\mu$ :

$$M^\mu = \left( \frac{1}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{w^2}}} Fv, \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{w^2}}} F \right). \quad (2)$$

Однако этот вектор не может лечь в основу закона 4-х мерного движения частиц. Релятивистский трехмерный вектор силы  $F$  не ведет себя как компонента какого-либо ненулевого 4-вектора [Киттель, с.417], следовательно, пространственные компоненты 4-х вектора силы Минковского не отражают реальный закон движения частицы в пространстве. При этом временная компонента имеет вид работы пространственной компоненты силы в единицу времени. Если мы попытаемся определить работу силы Минковского, производимую ее временной компонентой — нам придется работу силы определять через компоненту, которая и так уже является работой силы.

Временная компонента силы Минковского, вообще говоря, должна была бы отражать взаимодействия частиц во временном измерении, влияющие на их движение (конфигурацию их мировых линий). Поскольку она имеет ненулевое значение, то должно было бы иметь место силовое взаимодействие частиц, занимающих разное положение во временном измерении, т.е. должны иметь место трансвременные взаимодействия. А этого не наблюдается.

В результате можно сделать вывод — 4-х вектор силы Минковского не представляет собой 4-х вектор силы с реальными ненулевыми компонентами.

Учитывая этот факт, а также то, что релятивистский вектор силы  $F$  не ведет себя как компонента какого-либо ненулевого 4-вектора силы  $F^\mu$ , остается сделать вывод, что искомый 4-х вектор силы является нуль-вектором.

**Особенности нуль-вектора в псевдоевклидовом пространстве.** Под нуль-вектором понимается вектор, начало которого совпадает с его концом, в результате чего его длина равна нулю. В собственно евклидовом пространстве такие вектора обозначают как  $\mathbf{0}$ , в псевдоевклидовом —  $0^\mu$ . Нуль-вектор должен удовлетворять следующим условиям.

Для любого вектора  $U$ :  $U + 0 = U$  (сложение любого вектора с нуль-вектором не влияет на исходный вектор).

Для любого числа  $k$ :  $k0 = 0$ .

Для любого вектора  $U$ :  $U + (-U) = 0$ .

Аналогичные условия должны выполняться и для нуль-вектора  $0^\mu$  в псевдоевклидовом пространстве  $\mathbb{R}^{(1,n-1)}$ .

Нуль-вектор  $\mathbf{0}$  в собственно евклидовом пространстве характеризуется тем, что в любой аффинной системе координат его компоненты равны нулю. Для удобства будем именовать любой нуль-вектор с нулевыми компонентами как вектор сорта  $A$ , при необходимости отмечая сорт вектора нижним индексом в его обозначении.

Нуль-вектор в псевдоевклидовом пространстве может существенно отличаться от нуль-вектора в собственно-евклидовом пространстве: его компоненты не обязательно должны быть равны нулю. Допустим, что одна из его компонент  $B$  не равна нулю, и тогда можно записать:

$$0^\mu = (B^0, \mathbf{B}); |\mathbf{B}| \neq 0.$$

Назовем компоненту  $\mathbf{B}$  задающей компонентой (полагаем, что ее величина задается внешними причинами и не может быть изменена). В таком случае компоненты связаны соотношением:

$$(B^0)^2 - \mathbf{B}^2 = 0. \quad (3)$$

Поскольку компонента  $\mathbf{B}$  задающая, то можно определить компоненту  $B^0$ :

$$(B^0)^2 = \mathbf{B}^2. \quad (4)$$

Будем относить такие вектора к векторам сорта  $B$ . Однако эти вектора, хоть и в соответствии с (3) имеют нулевую длину, нуль-векторами не являются. Действительно, проверим выполнение первого условия для вектора  $U^\mu = (U^0, \mathbf{0})$ ,  $U^0 \neq 0$ . Это условие в данном случае можно записать в виде:

$$U^\mu + 0_B^\mu = U^\mu.$$

Соответственно должно выполняться соотношение:

$$U^\mu + 0_B^\mu = ((U^0 + B^0), (\mathbf{0} + \mathbf{B})) = U^\mu.$$

Отсюда с учетом (4) следует:

$$(U^0 + B^0)^2 - \mathbf{B}^2 \neq (U^\mu)^2.$$

Таким образом, первое условие в данном контрпримере не выполняется: сложение вектора  $U^\mu$  с вектором  $0_B^\mu$  сорта  $B$  может приводить к изменению исходного вектора. Это лишает вектора сорта  $B$  с нулевой длиной статуса нуль-вектора.

Посмотрим, возможно ли построения вектора нулевой длины с задающей компонентой так, чтобы он сохранял свойства нуль-вектора. Для этого представим себе, как формируется нуль-вектор с задающей компонентой. Пусть задан некоторый ненулевой вектор  $C^\mu = (C^0, \mathbf{C})$ . Его можно представить как векторную сумму двух координатных векторов  $C^0$  и  $\mathbf{C}$ , один из которых — вектор  $\mathbf{C}$ , является задающим. Устремим теперь исходный вектор  $C^\mu$  к нулю при неизменности вектора  $\mathbf{C}$ , и посмотрим, что произойдет с таким векторным треугольником. В результате конец задающего вектора  $\mathbf{C}$  совместится с началом другого слагаемого вектора, они окажутся совмещенными и противоположно направленными. В итоге мы получим векторное соотношение:

$$C^0 = -\mathbf{C}. \quad (5)$$

Следовательно, когда  $C^\mu$  преобразуется в нуль-вектор  $0^\mu$ , то, во-первых, его компонента  $C^0$  трансформируется в вектор, равный по модулю и противоположно направленный задающему вектору  $\mathbf{C}$ . Кроме того, можно сказать, что в связи с утратой компоненты  $C^0$  размерность нуль-вектора  $0^\mu$  фактически снижается до размерности его задающей компоненты  $\mathbf{C}$ .

Таким образом, в случае задания фиксированной компоненты  $\mathbf{C}$  нуль-вектор  $0^\mu$  может быть записан следующим образом:

$$0^\mu = (0, (-\mathbf{C}, \mathbf{C})). \quad (6)$$

Подтвердим этот вывод следующим рассуждением. Нуль-вектор  $0^\mu$  по условию должен удовлетворять уравнению вида:

$$U^\mu + 0^\mu = U^\mu,$$

где  $U^\mu = (U^0, \mathbf{U})$  — произвольно взятый четырехвектор. Пусть  $\mathbf{C}$  — задающий вектор для  $0^\mu$ . Запишем это уравнение в компонентах:

$$U^\mu + 0^\mu = ((U^0 + 0), (\mathbf{U} - \mathbf{C} + \mathbf{C})),$$

отсюда следует:

$$(U^0 + 0)^2 - (\mathbf{U} - \mathbf{C} + \mathbf{C})^2 = (U^0)^2 - (\mathbf{U})^2.$$

Таким образом, запись вектора  $0^\mu$  в виде (6) удовлетворяет первому условию нуль-вектора. Нетрудно видеть, что остальные условия также выполняются. Такие нуль-вектора будем называть векторами сорта  $\mathbf{C}$ .

Выделим характерные свойства нуль-вектора  $0_c^\mu$  сорта  $\mathbf{C}$ :

- задающая компонента всегда проявляется в паре с другим вектором;
- в пару всегда входят равные по величине и противоположно направленные вектора, один из которых — задающий;
- он имеет пониженную размерность в результате утраты одной из компонент.

Подчеркнем, что эти свойства должны проявляться в любой системе отсчета.

Заметим, что с учетом введенных обозначений однородному метрическому уравнению,

описывающему движению фотонов, соответствует компактное векторное уравнение:

$$0^{\mu}_B = 0^{\mu}_A.$$

Поскольку мы пришли к выводу о том, что четырехвектор силы является нулевым, т. е. нуль-вектором в псевдоевклидовом пространстве:  $F^{\mu} = 0^{\mu}$ , то возникает вопрос, какого сорта должен быть такой четырехвектор. Так как имеется задающая компонента  $F$ , выбирать нужно из векторов сорта  $B$  или  $C$ . Обратим внимание на то, что вектора сорта  $C$  имеет признаки, которые легко проверяются экспериментально: парность векторов с задающей компонентой  $F$ . Если мы имеем дело с нуль-вектором сорта  $C$ , тогда пространственные силы в инерциальных системах отсчета должны проявляться парами в соответствии с соотношением (6).

И мы действительно наблюдаем данный эффект, описываемый третьим законом Ньютона. Этот закон отражает принцип парного взаимодействия и утверждает, что все механические силы в природе рождаются парами. Причем силы действия и противодействия в такой паре всегда представлены равными по величине и противоположными по направлению векторами. Совпадение этих хорошо проверенных свойств взаимодействия частиц с признаками нуль-вектора  $0^{\mu}_C$  дает возможность утверждать, что четырехвектор силы действительно является нуль-вектором сорта  $C$ .

В связи с этим можно говорить о природе сил противодействия в третьем законе Ньютона — они связаны с течением времени в псевдоевклидовом пространстве.

Так как установлено выполнение первых двух признаков нуль-вектора сорта  $C$ , то неизбежно должен проявляться и третий признак — утрата оставшейся (временной) компоненты четырехвектора силы  $F^{\mu}$ . Таким образом, 4-х вектор силы может быть записан так:

$$F^{\mu} = (F_t, (-F, F)) = 0^{\mu}_C, F_t \equiv 0.$$

Выражение  $F_t \equiv 0$  можно назвать запретом на трансвременные взаимодействия. При этом следует иметь в виду, что он действует в рамках принятых начальных условий, т.е. когда описание ситуации допускает использование плоского однородного пространства-времени Минковского.

#### Л и т е р а т у р а :

1. Савельев И. В. Основы теоретической физики. Механика и электродинамика. — М.: Наука, 1975.
2. Киттель Ч., Найт У., Рудерман М. Механика. — М.: Наука, 1971.

Статья поступила в редакцию 02.02.2012 г.

*Nikolenko A. D.*

#### **Magnitude of 4-force within Minkowski's space-time and the prohibition against transtime interactions**

There is a consideration of possibility for transtime interactions of the particles located at different positions in the timelike dimension within Minkowski's space-time. We introduce a concept of a 4-interval  $\Delta S$  (having non-zero time component (distance)  $\Omega$ ) between the particles moving within Minkowski's space-time. We also introduce a concept of transtime interactions of the aforesaid particles. It's noted, that Minkowski's force 4-vector in relativistic mechanics does not exercise the function, equal to the one that 3D space vector of force fulfills in the principal law of motion within the classical mechanics. It's shown, that the force 4-vector must be introduced as a zero 4-vector of a special kind. A unique feature of such a force vector is in occurrence of a nonzero space component and a zero time component  $F_t \equiv 0$ . This implies the prohibition against transtime interactions within the flat Minkowski's space-time.

*Key words* : special theory of relativity, Minkowski's space-time, Minkowski's force, zero 4-vector, transtime interactions.