Физика и философия

УДК 510.2+530.145+531+539

Николенко А. Д.

К ВОПРОСУ О ПРИМЕНЕНИИ ПАРАДОКСА ЗЕНОНА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ПРИРОДЫ МЕХАНИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ

e-mail: alniko@ukr.net

Рассматриваются причины возникновения корпускулярно-волнового дуализма у частиц. Показано, что сформулировать классическую механику как непротиворечивую аксиоматическую теорию невозможно. Доказательство основывается на парадоксе Зенона, который строго следует из классического определения механического движения. В рамках классической механики вследствие аддитивности интервалов движения этот парадокс неразрешим. Предложенное решение парадокса заключается в том, что утверждение парадокса Зенона может быть применено только к части интервала движения, в которой движение аддитивно, а для преодоления оставшейся неаддитивной части интервала необходимы средства, выходящие за пределы классической механики. Эти средства дает квантовая механика, движение в которой неаддитивно. Сделан вывод, что любое непрерывное механическое движение возможно в результате обладания материальными частицами волновыми свойствами и оно является наиболее наглядным проявлением эффектов квантовой механики в макромире. Обладание волновыми свойствами является неизбежной необходимостью для обеспечения подвижности таких частиц и состоящих из них материальных тел. Показано, что парадокс Зенона содержит исключения: при определенных скоростях частиц он не действует.

Ключевые слова: природа физического движения; парадокс Зенона; классическая механика; квантовая механика; волновые свойства частиц; корпускулярно-волновой дуализм.

За пять столетий до нашей эры древнегреческий философ Зенон из Элея, ученик Парменида, поразил своих современников своими парадоксальными рассуждениями — апориями. Именно начиная с Парменида и Зенона Элейского возник научный метод, заключающийся в утверждении некоторого высказывания и его доказательстве. Раньше научные идеи доносились до любопытствующего общества в форме песнопений. К сожалению и сейчас некоторые «исследователи» предпочитают изрекать придуманные ими «истины», не особо утруждая себя доказательствами. Хорошо, что дело еще не дошло до песнопений.

Идея выстраивания логических рассуждений и утверждений, подкрепляемых доказательствами, привела к одной из самых первых революции в науке. Можно даже сказать, что она собственно науку в современном понимании и породила.

Второй потрясающей результат апорий Зенона — это то, что строго доказанное утверждение совершенно не соответствовало тому, что мы видим, что дано нам в ощущениях. Впервые доказанный факт противоречил реальности! Судя по всему, это было первое проявление, «выход в свет» квантовой механики, несущей в себе свои знаменитые парадоксы.

До нас дошли лишь немногие из апорий Зенона. Далее мы будем использовать только одну из них — о черепахе и бесконечно догоняющем ее быстроногом Ахиллесе, именуя ее «парадоксом Зенона».

К концу XIX века классическая механика практически полностью сформировалась и возникла иллюзия завершенности физической науки, прекрасной в своей целостности и всеобщности. Некоторые «шероховатости», вроде проблем с эфиром и апориями Зенона, либо игнорировались, либо ждали своих экспериментальных уточнений. Однако эти уточнения, вместо того, чтобы подтвердить торжество классической теории, неожиданно породили релятивистскую механику, которая перевернула представления о пространстве и времени и значительно ограничила сферу господства классических воззрений.

Второй сокрушительный удар по классической механике был нанесен в первой половине XX века возникновением квантовой механики, еще больше урезавшей область применения механики Ньютона. В 1924 году Луи Виктор Пьер Раймон, 7-й герцог Брольи (Луи де

Бройль), высказал идею о двойственной природе микрочастиц — корпускулярно-волновом дуализме, которая принципиально изменила представления об облике микромира. Эйнштейн в письме к Борну, рекомендуя ему прочитать статью де Бройля «Исследования по квантовой теории», писал: «Прочтите ее! Хотя и кажется, что ее писал сумасшедший, написана она солидно». Несмотря на свою экстравагантность, идея двойственной природы микрочастиц получила экспериментальное подтверждение. Деваться было некуда, и волновые свойства микрочастиц пришлось признать. Для их объяснения было введено описание микрочастиц с помощью векторов состояния, подчиняющихся принципу суперпозиции, и введена их статистическая (вероятностная) интерпретация. Таким образом удалось формально избежать противоречия между представлениями микрообъекта как частицы и как волны, и построить стройную квантовую теорию микромира.

Однако парадоксальная двойственность природы микрочастиц вызывает определенные опасения, что мы еще не совсем понимаем физическую сущность этой двойственности, хотя с формальной стороны у нас проблем нет.

Знаменитый средневековый философ Уильям О́ккам ввел в научный обиход весьма полезную вещь, получившую название «бритвы Оккама». Она представляет собой научный принцип, который можно выразить так: «Не следует умножать сущности сверх необходимого». Другими словами, Природа всегда предельно экономна при построении нашего мира. Однако в нашем случае мы видим ее странное расточительство — микрочастицам была дарована двойственность. Но есть ли в этом необходимость? Еще можно понять орбитальный электрон — ему волновые свойства безусловно необходимы для того, чтобы он при обращении вокруг ядра не терял энергию. Но такой необходимости нет, например, для нейтрона в атомном ядре. Между тем он тоже получил свою порцию волновых свойств. Зачем? Почему Природа не сохранила простые и очевидные принципы классической механики для частиц, а так запутала их свойства?

К принципу Оккама можно подойти с другой стороны и обобщить следующим образом: «*Природа предельно экономна, и любое явление она всегда строит наиболее простым из всех возможных способов. Если же нам кажется, что то или иное явление могло бы быть проще, чем оно реализовано в Природе, это значит только одно — мы просто еще не нашли причину, которая делает наш вариант невозможным*».

Эйнштейн на одном из семинаров в Принстоне как-то заметил: «Господь Бог изощрен, но не злонамерен». Это дает нам надежду все-таки отыскать причину, почему такую простую и удобную теорию, как классическая механика, невозможно применять во всех случаях жизни.

Де Бройль, обнаруживший волновые свойства частиц, выдвинул идею, что этими свойствами обладают все микрочастицы, обладающие ненулевым импульсом. Другими словами, волновыми свойствами каждая частица обладает независимо от своих индивидуальных характеристик, и с другой стороны, волновые свойства частиц неизбежно проявляются при их движении (наличии ненулевого импульса).

Таким образом, мы приходим к идее, что волновые свойства совершенно необходимы частицам при их движении. Их всеобщность для всех частиц подводит к тому, что они связаны с самой природой движения. Почему? И здесь стоит вспомнить о парадоксе Зенона, который выявил противоречие в самой сущности классических представлений о движении.

Рассмотрим определение движения в рамках классической механики (для упрощения будем рассматривать одномерное движение).

Определение 1. *Под механическим движением материальной частицы понимается такое изменение ее положения в пространстве, при котором участок движения S между начальной $x_0(t_0)$ и конечной $x_k(t_k)$ точками может быть разбит на совокупность смежных интервалов движения Δx_i, и за интервал времени $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ частица изменяет свое пространственное положение на величину интервала движения $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$.*

Под смежными мы будем понимать интервалы, граничные точки которых представляют собой конец и начало соседних интервалов, либо начальную или конечную точки движения соответственно. В предельном переходе интервалы Δx_i и Δt_i переходят в соответствующие дифференциалы dx и dt.

Отметим неотъемлемые особенности движения, непосредственно вытекающие из данного определения.

I. Аддитивность интервалов движения. Из определения 1 следует, что участок движения S от точки $x_0(t_0)$ до конечной точки $x_k(t_k)$ может быть представлен в следующем виде (условие аддитивности):

$$S = x_k(t_k) — x_0(t_0) = \sum_{i=1}^{\kappa} \Delta x_i = \int_{x_0}^{x_k} dx = \sum_{j=1}^{n} \int_{x_{j-1}}^{x_j} dx,\ j = 1, 2...n. \qquad (1)$$

II. Свойство аддитивности движения позволяет точно определить положение (координату) xm движущейся частицы:

$$x_m = x_0 + \sum_{i=1}^{m} \Delta x_i\ ;\ x_m = x_0 + \int_{x_0}^{x_m} dx. \qquad (2)$$

Вследствие свойства аддитивности движение может быть представлено упорядоченной последовательностью фиксированных положений частицы в пространстве $x_0, x_1, x_2, \ldots x_i, x_{i+1} \ldots\ x_k$, соотнесенной с упорядоченной последовательностью ее положений во времени t_0, $t_1, t_2, \ldots\ t_i$, $t_{i+1} \ldots\ t_k$. При бесконечном увеличении числа промежуточных точек эта последовательность переходит, в общем случае, в непрерывную кривую — траекторию движения.

В рамках классической механики имеют место следующие свойства движения:

1. Если два свободно движущихся физических тела (материальные частицы) не испытывают между собой взаимодействий, то до момента столкновения их движение никак не зависит друг от друга.
2. Движение физических тел (частиц) никак не зависит от наблюдателя, регистрирующего такое движение.
3. Из свойства 2 следует, что движение физических тел (частиц) никак не зависит от того, каким способом наблюдатель разбивает аддитивное движение на смежные интервалы Δx_i при регистрации их движения. Т. е. разбиение на интервалы Δx_i может быть произвольным.

Из определения 1 и упомянутых выше свойств механического движения непосредственно следует теорема.

Теорема. *Непрерывное механическое движение в рамках классической механики невозможно*.

<u>Доказательство</u>. Допустим, что в системе отсчета К из начальной точки $x_0(t_0=0) = 0$ прямолинейно движется свободная материальная частица α_A с постоянной скоростью v_A. Принимая во внимание свойство 1, введем еще одно допущение: из точки x_1, отстоящей от начала координат на расстоянии $s_1 = x_1 - x_0$, в момент $t_0=0$ начинает движение вспомогательная частица α_T с постоянной скоростью v_T. Движение обоих частиц осуществляется в лабораторной системе отсчета К по прямой ОХ в одном и том же направлении. Пусть теперь наблюдатель в системе отсчета К будет регистрировать положения обоих частиц в процессе их непрерывного движения. Из свойств 2 и 3 следует, что это никак не скажется на движении этих частиц.

Положим, что наблюдатель выбрал следующий способ разбиения движения на интервалы. Когда в процессе движения α_A окажется в положении x_1, наблюдатель отмечает соответствующий момент времени как t_1 и положение частицы α_T как x_2. Далее аналогично: при прохождении частицей α_A точки x_i он отмечает соответствующий момент времени как t_i, а положение частицы α_T как x_{i+1}. Возможность такого разбиения на интервалы открывается перед наблюдателем вследствие аддитивности движения и свойства 3.

Положение частицы α_A на i-1 этапе (и пройденный ею путь) в соответствующий момент времени t_{i-1} в силу аддитивности движения определяется соотношением:

$$x_{i-1} = \sum_{j=1}^{j=i-1} \Delta x_j. \qquad (3)$$

Соответственно положение частицы α_T в этот момент времени равно:

$$x_i = \sum_{j=1}^{j=i} \Delta x_j. \qquad (4)$$

Расстояние s_i между частицами в момент времени t_{i-1} определяется соотношением:

$$s_i = \Delta x_i = x_i - x_{i-1} = \sum_{j=1}^{j=i} \Delta x_j - \sum_{j=1}^{j=i-1} \Delta x_j . \qquad (5)$$

При выполнении соотношения (5) можно записать рекуррентную формулу для вычисления расстояния между частицами. Для этого учтем, что частица α_A преодолевает расстояние s_i к положению x_i за тот же период времени (t_i- t_{i-1}), за который медленная частица α_T удаляется от этого положения на расстояние s_{i+1}. Расстояние $s_{i+1} = v_T(t_{i+1}$- $t_i)$. Но с другой стороны ($t_{i+1} - t_i$) = $s_i/v_{\rm A}$. Здесь $v_T > 0$ и $v_{\rm A} > 0$ — скорости частиц α_T и α_A соответственно. Отсюда следует:

$$s_{i+1} = s_i\, v_T/v_{\rm A.} \qquad (6)$$

Для того, чтобы быстрая частица α_A догнала медленную частицу α_T, расстояние s_{i+1} между ними должно сократиться в точности до нуля. Однако, как видно из (6), при $s_1 > 0$, $v_T \neq 0$ и $v_A \neq \infty$, значение s_{i+1} никогда не будет нулевым, независимо от величины i и соотношения скоростей v_T и $v_{\rm A}$. Следовательно, даже если $v_A > v_T$, частица α_A никогда не догонит частицу α_T. Из того же соотношения (6) следует, что частица α_A никогда не сможет не только догнать, но и *перегнать* частицу α_T (что соответствует недостижимым значениям s_i <0). Частица α_A оказывается отделенной своеобразным непреодолимым барьером от частицы α_T.

Другими словами, любая точка, удаленная от начала системы отсчета K на расстояние $R \geq v_A s_1/(v_A - v_T)$, оказывается недостижимой для частицы α_A. Соответственно, область пространства, лежащая вне сферы радиусом R вокруг точки начала движения, недостижима для частицы α_A. Уменьшая скорость вспомогательной частицы v_T и расстояние s_1, можно эту сферу стянуть к точке x_0 и за счет этого практически полностью обездвижить частицу α_A.

Значит, введение вспомогательной частицы и использование описанного выше способа разбиения движения на интервалы серьезно влияет на движение частицы α_A, вплоть до полной остановки ее движения. Но это прямо противоречит неотъемлемым свойствам движения в классической механике 1–3. Противоречие снимается только в том случае, если движение отсутствует, что и доказывает теорему.

Нетрудно видеть, что данная теорема будет справедлива для любых видов механического движения как материальных частиц, так и физических тел. В основе ее доказательства лежит парадокс Зенона в форме апории об Ахиллесе, догоняющем черепаху. Сформулируем его в виде **утверждения Z**:

«Ахиллес догоняет черепаху с конечной скоростью, поэтому для перемещения в позицию, которую занимала убегающая черепаха, ему требуется ненулевой промежуток времени Δt. Но за этот промежуток времени Δt движущаяся черепаха неизбежно сдвинется на ненулевой интервал пути s_i, и займет новую позицию, и т. д. Упомянутый промежуток времени Δt (и, соответственно, интервал между Ахиллесом и черепахой s_i) будет равен нулю в единственном случае — при бесконечно большой скорости Ахиллеса. Но это невозможно. Поэтому s_i (расстояние между бегущим Ахиллесом и ползущей черепахой) всегда будет ненулевым, даже если скорость Ахиллеса значительно больше скорости черепахи».

Это утверждение предлагает совершенно естественное разбиение движения на интервалы в рамках классических представлений о движении и работает независимо от значений скоростей Ахиллеса и черепахи или величины интервала на каждом этапе движения, даже если эти интервалы становятся сколь угодно малыми. Данное доказательство удивительно красиво и просто, и при этом и логически, и физически абсолютно безукоризнено (но в рамках классических представлений о движении!).

Утверждение Z базируется на классических представлениях о механическом движении: возможности точной локализации положения объектов во времени и пространстве, понятии пространственных и временных интервалов, их аддитивности, понятии скорости движения, и четко определенного взаимно-однозначного соответствия этих параметров. При конечном числе шагов оно легко подтверждается экспериментально. Следовательно, оно является неотъемлемой частью классической механики.

Однако, несмотря на парадокс Зенона, окружающий мир полон движения. В результате порождается сильнейшая иллюзия того, что «опровержение» парадокса Зенона очень просто и находится где-то совсем рядом. Только оно всегда почему-то обманывает ожидания и ускользает от исследователей вот уже более 2,5 тысяч лет, несмотря на то, что им занимались практически все великие физики и математики, не говоря уже о бесчисленных рассуждениях на эту тему у писателей и поэтов [1, 2, 3].

Многочисленные «опровержения» парадокса (если не считать манипуляций с терминологией), в основном сводились к тому, что сходящаяся бесконечная последовательность уменьшающихся временных и пространственных интервалов образует в сумме конечную величину. Однако все эти рассуждения не смогли показать, что в результате расстояние между Ахиллесом и черепахой сократится в точности до нуля, что является совершенно необходимым. И тем более они не приводили к доказательству возможности того, что Ахиллес обгонит черепаху. Крупнейший математик XX века Д. Гильберт после тщательного анализа проблематики парадокса Зенона в фундаментальной монографии «Основания математики» [4] отмечал: «Обычно этот парадокс пытаются обойти рассуждением о том, что сумма бесконечного числа этих временных интервалов все-таки сходится, и таким образом дает конечный промежуток времени. Однако эти рассуждения абсолютно не затрагивают один существенно парадоксальный момент, а именно парадокс, заключающийся в том, что некоторая бесконечная последовательность следующих друг за другом событий, завершаемость которой мы не можем себе даже представить (не только фактически, но хотя бы в принципе), на самом деле все-таки должна завершиться».

Р. Курант и Г. Роббинс в монографии [5] отметили, что для разрешения парадокса Зенона необходимо существенно углубить наше понимание физического движения. Морис Клайн, не видя убедительного разрешения парадокса Зенона, отметил проблемы с познаваемостью движения в классической механике [6].

Особенностью всех «опровержений» парадокса является то, что они никак не могут поколебать его базу — утверждение Z, затрагивая лишь его следствия, и, таким образом, утрачивают доказательную силу.

Типичная схема ложного «опровержения» парадокса:

a) вводится утверждение F: «Чтобы Ахиллес догнал черепаху, он должен сделать бесконечное число шагов за конечное время»;

b) полагается, что утверждение F является следствием утверждения Z

c) далее тем или иным способом опровергается утверждение F;

d) поскольку утверждение F опровергнуто, считается, что и утверждение Z также опровергнуто.

Хорошо видно, что происходит подмена понятий: истинное утверждение Z подменяется ложным утверждением F. Но утверждение F никак не следует из утверждения Z, поскольку утверждение Z описывает реальный физический процесс и в силу этого не может содержать бесконечности, а утверждение F такие бесконечности содержит. Авторы таких «опровержений» сами создают новое ложное утверждение F, которое затем с успехом «опровергают».

По своей сути утверждение F представляет собой подмену интервалов s_i их пределом $\lim_{i\to\infty} s_i = 0$. Такая подмена очень популярна при попытках опровергнуть парадокс Зенона. При этом ссылаются на возможность применения к данной ситуации исчисления бесконечно малых величин и их пределов. Но в данном случае это неверно. Допустим, нам нужно вычислить некоторую физическую величину путем взятия интеграла. Когда мы выполняем операцию взятия интеграла, то заменяем сумму бесконечно малых подынтегральных выражений их пределом. И в результате получаем конечную искомую величину (если интеграл сходится). Ключевая особенность этой операции заключается в том, что мы выполняем *математическую* операцию, используя при этом бесконечности, и в результате получаем *конечную физическую* величину, которая таких бесконечностей уже не содержит. Операция взятия интеграла никак не связана с физическими процессами, представляет собой определённую математическую абстракцию и поэтому использование в ней бесконечностей допустимо.

В ситуации с парадоксом Зенона использование бесконечностей недопустимо, так как сближение Зенона и черепахи уже является физическим (а не математическим) процессом. Проиллюстрируем эту ситуацию следующим *иллюстративным примером* 1. Допустим вполне возможную ситуацию, в которой некий солидный банк установил вознаграждение Аххиллесу за то, что он догонит черепаху (кроме того, что он в результате получит вкусный черепаховый суп). Сумма вознаграждения будет определяться в зависимости от числа шагов Ахиллеса i, которые рассчитываются согласно утверждению Z. Возникает вопрос — получит ли Ахиллес вознаграждение и окажется ли при этом банк банкротом? Действительно, чтобы получить деньги, Ахиллес должен представить в Банк счет с точным расчетом требуемой суммы. Если принять утверждение F, то при расчете будет использована замена s_i пределом $\lim_{i\to\infty} s_i = 0$. Другими словами, Ахиллес вместо точного расчета требуемых сумм представит в банк их предел! Вряд ли найдется банк, который согласится оплатить такой счет.

В этом примере хорошо видна абсурдность замены интервалов s_i их пределом $\lim_{i\to\infty} s_i = 0$, и, соответственно, ложность утверждения F.

Наиболее серьезной попыткой опровержения парадокса является утверждение, что последовательность интервалов s_i заведомо выбрана так, что она в любом случае сходится, независимо от свойств движения, и поэтому с ее помощью исследовать процесс движения некорректно. Однако и это утверждение не выдерживает критики.

Допустим, что парадокс Зенона неверен. Тогда в конце движения должен существовать хотя бы один интервал, на котором Ахиллес во время бега не пробегал бы точки, которые занимала ранее черепаха. Но поскольку по условию они бегут друг за другом по одной прямой, это невозможно. Поэтому парадокс Зенона выполняется в любом случае, так как способ разбиения на участки выбирается не произвольно, а отражает особенности взаимного положения Ахиллеса и черепахи при их сближении, которые неизбежно проявляются в процессе их движения. Другими словами, не существует завершающего участка в конце движения (определяемого законами классической механики), на котором Ахиллес и черепаха дружно бы «перескочили» в одну и ту же точку встречи, минуя логику Зенона. И никакими математическими ухищрениями этот факт опровергнуть невозможно.

Итак, к настоящему времени удовлетворительного опровержения парадокса Зенона в рамках классической механики не найдено. Поскольку за две с половиной тысячи лет в парадоксе Зенона ошибок не удалось обнаружить, остается полагать, что они отражают некие фундаментальные проблемы в самом понятии движения в классической механике. Классическая механика наиболее полно отвечает нашему чувственному восприятию окружающего мира. Вместе с тем вопреки порождаемому ею парадоксу Зенона в наблюдаемом мире непрерывное механическое движение все-таки существует. Это хорошо отражено в студенческом анекдоте: «Ахиллес был учеником Зенона и твердо знал, что стрела никогда не достигает своей цели. Это и подвело его во время Троянской войны».

Существование парадокса Зенона неизбежно приводит к вопросу, который поставил Д. Гильберт в [4]: действительно ли мы располагаем доказательством непротиворечивости теории движения? В основе классической механики лежит постулат «Механическое движение возможно». Этот постулат был принят без доказательства, так как окружающий мир полон реальным движением физических тел, что создавало ощущение его непротиворечивости. В то же время из этого постулата средствами классической механики можно строго вывести два прямо противоположных, но при этом истинных утверждения:

1. [Постулат «Механическое движение возможно»] →[Скорость Ахиллеса v_A больше скорости черепахи v_T, т. е. $v_A > v_T$] →[следовательно, Ахиллес догонит черепаху за время $t_g = s_1/(v_A - v_T)$];
2. [Постулат «Механическое движение возможно»]→[утверждение Z, $s_i \neq 0$] →[следовательно, Ахиллес никогда не догонит черепаху].

Поскольку из данного постулата о движении выводится противоречие, то нельзя говорить о его непротиворечивости в рамках рассматриваемой теории.

Анализ механизма формирования парадокса позволяет следующий вывод.

Утверждение N: *если непрерывное движение может быть разбито на упорядоченную аддитивную последовательность смежных интервалов движения s_i, $i = 0,1,2\ldots$, таких, что они могут быть связаны соотношением вида (6), то мы неизбежно придем к противоречию в форме парадокса Зенона.*

Действительно, если движение непрерывно (т. е. $\Delta t = 0$) и аддитивно, оно в силу свойств 1–3 допускает построение бесконечного сходящегося ряда интервалов движения, в том числе с общим членом вида (6). Этот ряд в свою очередь порождает сходящийся временной ряд, приводящий к провалу во времени, что неизбежно влечет за собой парадокс Зенона. Возможность формирования такого ряда является критичным для логики Зенона.

Итак, аддитивность непрерывного движения в классической механике лежит в основе возникновения парадокса Зенона.

Реальное решение парадокса Зенона заключается не в попытке его «опровержения», а в четком определении области его применимости, за пределами которой он теряет силу. Именно ограниченность области его применения и открывает возможность для реального движения физических тел в окружающем нас мире. Д. Гильберт в [4] отметил, что «радикальное решение парадокса» связано с тем, что при неограниченном дроблении движения возникает нечто такое, что едва ли может быть охарактеризовано как движение, подобно тому, как при неограниченном дроблении воды мы получим нечто, что уже не может быть охарактеризовано как вода. Имеется в виду движение в классическом его понимании.

Чтобы в реальности один объект в процессе движения догнал другой объект, нужно, чтобы логика Зенона на определенном этапе перестала работать. Т. е. произошло обрушение классических представлений о движении. Для этого требуется механизм вне рамок классической (и релятивистской) механики, лишающий движение свойства аддитивности. И такой механизм известен — это проявление волновых свойств физических объектов, описываемых аппаратом квантовой механики [7, 8].

Рассмотрим случай одномерного движения частиц вдоль оси OX. Пусть s_i представляет собой член сходящегося ряда интервалов движения, который может принимать сколь угодно малые, но не нулевые значения. Это может быть расстояние между сближающимися частицами α_A и α_T (апория об Ахиллесе и черепахе). В рамках классической механики по Зенону этот интервал непреодолимый.

Теперь выйдем за рамки классической механики, и будем рассматривать частицу α_A как квантовомеханическую, т. е. обладающую волновыми свойствами, и ей в момент t можно сопоставить волновой пакет шириной L. Нас будет интересовать наблюдаемая X, которая может принимать значение x_1, т. е. частица будет находиться в состоянии $|x_1\rangle$, или значение x_2, т. е. частица будет находиться в состоянии $|x_2\rangle$. Будем полагать, что частица в этих состояниях занимает положение в начальной части волнового пакета или в его конечной части соответственно, при этом $L > \Delta x = x_2 - x_1$.

Пусть теперь интервал s_i уменьшился настолько, что в момент t оказался внутри волнового пакета между точками x_1 и x_2, и $s_i < \Delta x < L$. В соответствии с принципом квантовой суперпозиции частица может находиться в состоянии $|\psi\rangle = c_1|x_1\rangle + c_2|x_2\rangle$, где c_1 и c_2 — коэффициенты. Т. е. в этом случае частица находится сразу в двух квантовых состояниях $|x_1\rangle$ и $|x_2\rangle$. Другими словами, в состоянии суперпозиции частица одновременно находиться в точках, лежащих с обеих сторон интервала s_i. В этой ситуации говорить о непреодолимости интервала s_i уже не имеет смысла, он утрачивает свойство барьера и процесс движения разблокируется. Ситуация аналогична эффекту квантового туннелирования, при котором частица проникает через барьер.

Невозможность локализовать движущуюся частицу в рамках волнового пакета приводит к невозможности построения аддитивного ряда интервалов ее движения. В связи с этим можно говорить о принципе неаддитивности движения в квантовой механике. Трактовка этого свойства как особого принципа объясняется его фундаментальными последствиями — благодаря этому принципу открывается возможность для механического движения любых физических тел. Неаддитивность движения является критичным для логики Зенона, так как в этом случае запрещается формирование любых сходящихся рядов, и в результате снимается парадоксальность и противоречивость механического движения.

Механическое движение суть одно и то же физическое явление, как для микрочастиц, так и для макрообъектов. Поэтому если парадоксальность движения для микрочастиц снимается в результате учета их волновых свойств, то и для макрообъектов она должна сниматься аналогичным образом — путем представления их в виде квантовомеханической системы, обладающей соответствующими волновыми свойствами. Отличие заключается только в том, что до определенной степени приближения движение макрообъектов еще можно считать аддитивным.

Теперь можно более детально рассмотреть движение сближающихся тел в апории об Ахиллесе и черепахи. Утверждение Z справедливо только тогда, когда выполняется аддитивность интервалов движения. Полагая сближение Ахиллеса и черепахи непрерывным, интервал движения можно условно разбить на 2 участка — макроучасток и микроучасток. На первом движение аддитивно (и выполняется утверждение Z), и на втором — при движении уже в микромасштабах между сближающимися объектами, оно утрачивает свойство аддитивности и утверждение Z не выполняется. В такой схеме на втором участке бесконечно малый ненулевой интервал s_i — барьер между Ахиллесом и черепахой утрачивается, парадокс Зенона выходит за пределы своей применимости и уже не блокирует движение. Используя соотношение $s_{i+1} = s_1(v_T/v_A)^i$, можно оценить границы, за пределами которых утверждение Z неприменимо, следующим образом:

$$n > log_k \frac{l_p}{s_1},\ k = v_T/v_A. \tag{7}$$

Здесь s_1 _ исходное расстояние между Ахиллесом и черепахой, l_p — планковская длина. Это соотношение означает, что как минимум на n-ом шаге расстояние между сближающимися телами станет меньше планковской длины, законы классической механики и утверждение Зенона будут гарантированно неприменимы, так как аддитивность интервалов движения будет утрачена. Отметим, что n — конечное число, поэтому использование бесконечных последовательностей временных и пространственных интервалов для обсуждения проблемы Зенона некорректно. На микроучастке действуют закономерности квантовой механики. Заметим, что классическая механика представляет собой предельный случай квантовой механики. В результате объединения {классическая механика+квантовая механика} постулат движения становится непротиворечивым (по крайней мере в отношении рассматриваемой проблемы).

Иногда возникает иллюзия, что любой школьник сможет абсолютно точно рассчитать время, которое потребуется Ахиллесу для того, чтобы Ахиллес догнал черепаху. Но для того, чтобы точно указать момент их встречи, нужно точно знать скорости и положения движущихся объектов, причем одновременно. А это невозможно в силу принципа неопределённости Гейзенберга. По своей физической сути парадокс Зенона подводит нас к этому фундаментальному в квантовой механике принципу. Школьник может рассчитать момент встречи только с определенной степенью точности, которая соответствует принципу неопределённости, и никогда не получит результат с абсолютной точностью.

Интересно отметить, что существует квантовомеханическоий эффект, описанный Л. А. Халфиным в 1958 году [9,10], и получившего название «квантового эффекта Зенона». Как известно, суть этого эффекта заключается в том, что эволюция квантовомеханической системы зависит от частоты событий измерения ее состояния. Если рассматривать эволюцию системы «догоняющий Ахиллес и убегающая черепаха», то она должна привести к состоянию «Ахиллес догнал черепаху». Если же мы начнем проводить периодические измерения состояния этой системы, то ее эволюция кардинально изменится — Ахиллес может уже не догнать черепаху. Другими словами, если банк в иллюстративном примере 1 возьмется контролировать движение Ахиллеса и черепахи для проверки точности составления счета, то в результате процесс может оказаться полностью заблокированным.

В заключение можно прийти к следующим общим выводам.

1. Утверждение Z можно выразить с помощью рекуррентного уравнения (6).

2. Утверждение Z, записанное в виде уравнения (6), точно описывает процесс движения при конечном значении числа шагов n. В этом можно удостовериться прямой подстановкой параметров движения.

3. В реальности s_i достигнет нулевого значения при любых значениях скоростей $v_T < v_A$.

4. Но, с другой стороны, из (6) следует, что $s_i = 0$ только в следующих случаях:

a. Скорость Ахиллеса $v_A = \infty$. Но это невозможно, так как содержит бесконечность.

b. Число шагов $n = \infty$ (утверждение F). Тогда $\lim_{i\to\infty} s_i = 0$. Производится подмена значения s_i, получаемого из формулы (6), величиной $\lim_{i\to\infty} s_i = 0$. Но это невозможно, так как содержит бесконечность.

c. Утверждение Z применимо только к части интервала движения. Z Тогда число шагов n конечно (соответствует неравенству (7)), а значение $s_i = 0$ реализуется за пределами области применения утверждение Z.

5. Пункты 4*a* и 4*b* содержат бесконечности, и поэтому физически нереализуемы. Следовательно, в реальности реализуется оставшийся пункт 4*c*, не содержащий бесконечностей.

Парадокс Зенона неразрешим в любой механике, движение в которой аддитивно. Решение заключается в том, что утверждение Z может быть применено только к части интервала движения, в которой движение аддитивно, а для преодоления оставшейся неаддитивной части интервала необходимы средства, выходящие за пределы классической механики. Эти средства дает квантовая механика. Таким способом снимается проблема бесконечности, однако неизбежно следует вывод: любой интервал механического движения неизбежно включает в себя микроучасток, движение на котором не может быть описано средствами классической механики. Или, другими словами, невозможно построить интервал движения, который бы полностью описывался исключительно средствами классической механики. Здесь следует принять во внимание, что классическую механику можно рассматривать как предельный случай квантовой механики.

Фундаментальное для любой механики понятие движения представляет собой в конечном итоге квантовомеханическое явление, возникающего как проявление неаддитивности интервалов движения и которому подвержены физические объекты любых масштабов. Т. о. способностью к движению наш мир обязан волновым свойствам физических тел. Исключив эти свойства, мы получим мертвый «мир Парменида» — мир без движения.

Итак, Природе удалось решить проблему преодоления барьера s_i , и решила она ее путем придания частицам волновых свойств. А чтобы не смущать слабый человеческий ум, по крайней мере на начальных этапах его развития, она упрятала эту проблему на микроуровень.

Догадка Луи де Бройля о том, что поток движущихся частиц должен обладать волновыми свойствами, хорошо согласуется с изложенным в данной работе подходом: движение возможно только как результат присутствия у движущихся частиц волновых свойств. Если лишить их этих свойств, то поток частиц не сдвинется с места.

Идея де Бройля об универсальности волнового характера движения частиц хорошо объясняется тем, что эти свойства связаны с самим феноменом движения, т. е. их проявление не связано с индивидуальными свойствами самих частиц. Этим и объясняется такая универсальность.

Можно сказать, что волновые свойства тел проявляются в макромире наиболее явно в виде появления возможности их механического движения.

Описанные в данной работе особенности движения неизбежно приводят к тому, что корпускулярно-волновой дуализм является необходимым свойством материальных частиц, составляющих физические тела. Без этого свойства существование физического мира в том виде, в котором мы его наблюдаем, невозможно. Классическая механика и квантовая механика прочно между собой связаны. Эта связь не формальная, а вполне реальная. Мы имеем большое число примеров, когда квантовые явления микромира порождают хорошо наблюдаемые макроявления. В частности квантовое явление сверхтекучести можно свободно наблюдать невооруженным глазом. Кроме того, весь окружающий мир полон видимыми проявлениями квантовых свойств материи: мобильная связь, телевидение, компьютеры, и вообще вся электроника на кристаллах представляет собой реально ощущаемые проявления квантовых процессов, которые реализуются в кристаллах электронных микросхем.

Физический мир един, и не знает разделения на классическую механику, квантовую механику, релятивистскую механику и т. д. Такое разделение показывает всего лишь исторические этапы осознания человечеством отдельных частей всеобщих закономерностей природы. И все более глубокое осознание этих закономерностей единой природы приводит в конечном итоге к их сближению. Показанная в данной работе еще одна важная связь между ключевыми физическими теориями также способствует этому сближению.

Следует отметить, что ситуация с парадоксом Зенона имеет исключения. Рассмотрим пространство R^n, в которое погружено некоторое множество движущихся частиц. Положим теперь, что вектора их скоростей v_i имеют следующую особенность — в одном из измерений пространства R^n проекции этих векторов $\mathrm{Pr}v_i$ всегда однонаправлены и имеют одну и ту же величину. Тогда поле $\mathrm{Pr}v_i$ будет состоять из коллинеарных одинаковых по модулю векторов. Но в этом случае из уравнения (6) следует, что $s_{i+1} = s_i$ для любых частиц, и парадокс Зенона для них утрачивает смысл. Поэтому необходимости придания частицам волновых свойств нет. Отсюда можно сделать вывод, что движущиеся частицы в рассматриваемом измерении пространства могут не иметь волновых свойств, а компоненты их движения в остальных (n-1) измерениях могут быть связаны с волновыми свойствами частиц. Такая ситуация допустима в пространстве-времени Минковского, в котором временное измерение может отличаться указанными особенностями.

Литература:

1. *Аристотель*, Физика, М.: Мысль, 1976.
2. *А. М. Анисов*, Апории Зенона и проблема движения // Труды научно-исследовательского семинара Логического центра Института философии РАН / РАН. Ин-т философии, Обществ. ин-т логики, когнитологии и развития личности. — М.: 2000. — Вып. 14 / Редкол.: А. С. Карпенко (отв. ред.) и др. — Стр. 139—153.
3. *Дж. Уитроу*, Естественная философия времени, М.: УРСС, 2003.
4. *Д. Гильберт, П. Бернайс* , Основания математики, М.: Наука, 1979.
5. *Р. Курант, Г. Роббинс*, Что такое математика, 3-е изд., М.: МЦНМО, 2001.
6. *М. Клайн,* Математика. Утрата определённости, М.: Мир, 1984.
7. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Квантовая механика, М.: Наука, 1972.
8. *Ю. Ф. Вилесов,* Вестник МГУ, сер. 7 Философия, **6**, 20 (2002).
9. *Л. А. Халфин*, УФН **160**(10), 185 (1990).
10. *Saduarshan E. C. G., Misra B., J.* Math. Phys. **18**,756 (1977).

Статья поступила в редакцию 06.02.2012 г.

Nikolenko O. D.

To the question on application of Zeno's paradox for the studying of the nature of mechanical movement

The nature of the reasons of occurrence of wave-particle dualism at particles are under consideration. It is shown what to formulate to the classical mechanics as the consistent axiomatic theory it is impossible. The proof is based on Zeno's paradoxes that strictly follow from the classical definition of mechanical motion. Impossibility of continuous mechanical motion within the framework of the classical mechanics has been shown. Within the frame of the classical mechanics these paradoxes are unsolvable due to additivity of integrals of motion. The offered decision consists that the statement of Zeno's paradox can be applied to only a part of the motion interval which represents additive motion, and to get over the remaining non-additive part of the interval requires the funds that go beyond classical mechanics. These tools are given by quantum mechanics. A conclusion has been drawn that continuous mechanical motion is possible only as a consequence of wave properties of material particles, and such a motion is the most pictorial manifestation of the quantum mechanical effects in the macrouniverse. The possession wave properties is inevitable necessity for maintenance of mobility of such particles and material bodies consisting of them. It is shown, that Zeno's paradox contains exceptions: at certain speeds of particles it does not operate.

*Keywords***:** Nature of physical motion; Zeno's paradox; classical mechanics; quantum mechanics; wave properties of particles; wave-particle dualism.