Синергетика и теория хаоса

УДК 167.7, 517

Гритсак-Грёнер В.В., Гритсак-Грёнер Ю.

ВИРТУТРИОИДЫ

University of Georgia, Georgia, USA; Laboratory of HRIT Corporation, Switzerland, USA, UK
e-mail: v_hrit1000000@yahoo. com

Вводится новый вид математических структур — виртутриоид. Эта математическая трехуровневая структура, у которой все три уровня имеют совершенно разную природу, должна найти широкое применение как в основаниях математической физики (квантовая и статистическая физика), в математической биологии (теория жизни, молекулярная биология) и математической кибернетике (теория кодирования и декодирования, теория систем). Настоящая статья посвящена общей теории структуры и организации виртутриоидов.

Ключевые слова: граф, суперкатегория, градоид.

The modest Rose puts forth a thorn,
The humble Sheep a threat'ning horn;
While the Lily white shall in love delight,
Nor a thorn, nor a threat, stain her beauty bright.

William Blake "Lily"[1]

Мокрой ладонью
Ты
Слёзы не вытрешь …

Александр Розенбаум

Вместо предисловия

Мой добрый друг, автор моих любимых фантастических повестей и романов, Володя Савченко на протяжении последнего года просил меня достать видео движения броуновских частиц и частичек космического излучения. Это было не просто, и я пытался достать необходимые фильмы.

Идея моего дорогого Володи состояла в том, что среди беспорядочных, образцов хаотичности траекторий броуновских частиц и особенно частичек пришедших к нам из глубин космоса, должны быть логически осмысленные сообщения, и я как специалист по хаосу и декодированию смогу их прочитать. Я понемногу заразился Володиной идеей. Но, что-нибудь прочитать, было ещё труднее, чем достать фильмы.

Но, наконец, мне удалось, что-то прочитать. Я немедленно, начал телефонировать Володе домой в Киев. Нет ответа. Не было ответа и на мой поток e-mail, которые я послал ему.

Через несколько дней, в газетах я прочитал: «Известный писатель-фантаст Владимир Савченко найден мёртвым в своей двухкомнатной квартире в Киеве».

Посвящаю эту вводную статью и весь цикл моим дорогим друзьям:

Володе Савченко, Володе Трубину, Вите Бойко, Ване Головачу

Без их веры в меня я не смог бы написать эти статьи и научиться читать **язык богов**.

[1] Красуню розу зачепи
Відразу стрінеш ти шипи.
А білі лілії в чарівних снах кохання
Ти не забудеш їх до самого прощання.
Вілліам Блейк. (Translation by Valery V. Gritsak-Gröner)

1. Введение

Предлагаем одновременное обобщение диграфов, скетчей и упорядоченных систем независимости, см.[1-3], так называемые **виртутриоиды**. Неизменно следуя Принципу Оккама (в нашем понимании) к обобщению нас привела необходимость логического анализа траекторий броуновского движения и частично анализа «безнадёжных» траекторий частичек космического излучения.

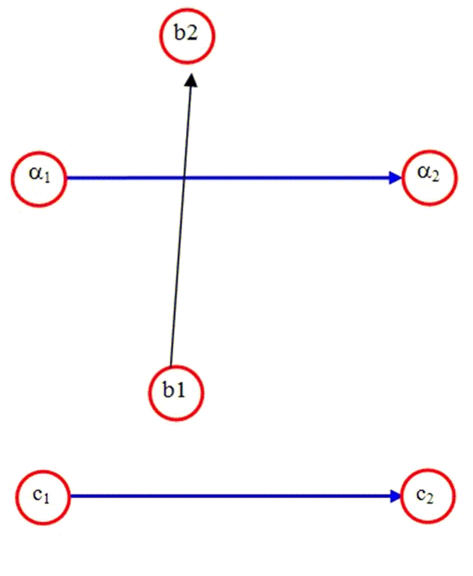

Рис 1. $(a_1, a_2) \circ (b_1, b_2) = (c_1, c_2)$.

Общематематическая ценность подобного обобщения состоит в возможности построения логических и рекурсивных теорий на диграфах.

Суть идеи в том, что:

во-первых, в отличие от обычных графов, вершины и рёбра виртутриоида могут быть полностью независимыми и не являться, в том числе, подмножествами картезианского произведения множества его вершин;

во-вторых, в отличие от скетчей, виртутриоиды имеют незамкнутые алгебраические и категорные операции, например произведение двух стрелок, которые не следуют друг другу «остриём в хвост», см. рис.1.;

в-третьих, виртутриоиды обладают внешней геометрической структурой, которая позволяет контролировать и синхронизировать алгебраически разъединенные структуры. Хорошими примерами внешних геометрических структур являются человеческий мозг, правительство страны и не коммутирующие операторы квантовой механики.

Данная работа, является началом новой серии статей, объединенных понятием виртутриоида и значительным объемом весьма запутанных проблем прикладной математики, которые мы попытаемся «распутать» с помощью нового обобщения, не прибегая к «македонскому методу».

Именно рассмотрение следующей картины (рис. 2), привело нас к понятию виртутриоида.

Рис. 2.

2. Абстрактные графы

Начнём с определений.

Абстрактный граф (сокращённо **аграф**) Γ является четвёркой

$$\mathbf{\Gamma} = (\mathbf{A}, \mathbf{B}, \varphi, \psi), \tag{1}$$

где $\mathbf{A} \equiv \mathbf{vert}\Gamma$ i $\mathbf{B} \equiv \mathbf{edge}\Gamma$ — множества, φ,ψ — отображения, которые называются, соответственно, **вершинами** и **стрелами** аграфа **Γ**, а φ и ψ имеют вид:

$$\varphi : \mathbf{B} \longrightarrow \mathbf{A} \times \mathbf{A},\ \beta \mapsto (\mathbf{h}(\beta), \mathbf{v}(\beta)), \tag{*}$$

$$\psi : \mathbf{B} \longrightarrow \mathbf{B},\ \beta \mapsto \hat{\beta} \tag{**}$$

для $\forall \beta \in \mathbf{B}$, которые удовлетворяют условиям:

$$\hat{\beta} = \beta,\ \hat{\beta} \neq \beta,\ \mathbf{h}(\beta) = \mathbf{v}(\hat{\beta}). \qquad (***)$$

Элемент $\mathbf{a}\in\mathbf{A}$ называется **вершиной Г**, а $\beta\in\mathbf{B}$ — **стрелою Г**, $\hat{\beta}\in\mathbf{B}$ — **обратной стрелой** к β в **Г**. Вершина $\mathbf{h}(\beta) = \mathbf{v}(\hat{\beta})$ называется **хвостом** β, а вершина $\mathbf{v}(\beta) = \mathbf{h}(\hat{\beta})$ **остриём** β. Вершина $\mathbf{a}\in\mathbf{A}$ является **конечной**, если она хвост, или остриё некоторой стрелы $\beta\in\mathbf{B}$. Вершины $\mathbf{a}_1,\mathbf{a}_2\in\mathbf{A}$ называются **адъентными** (иногда продолжают их называть **инцидентными**), если существует стрелка $\beta\in\mathbf{B}$ такая, что одна из них является остриём, а другая хвостом β. **Гомоморфизмом** аграфа $\mathbf{Г}_1 = (\mathbf{A}_1, \mathbf{B}_1, \varphi_1, \psi_1)$ в аграф $\mathbf{Г}_2 = (\mathbf{A}_2, \mathbf{B}_2, \varphi_2, \psi_2)$ есть пара отображений

$$\mathsf{F}_1\colon \mathbf{A}_1 \longrightarrow \mathbf{A}_2 \text{ и } \mathsf{F}_2 : \mathbf{B}_1 \longrightarrow \mathbf{B}_2$$

таких, что образами вершин $\mathbf{Г}_1$ при отображении F_1 будут вершины $\mathbf{Г}_2$, а образами стрел $\mathbf{Г}_1$ при отображении F_2 будут стрелы $\mathbf{Г}_2$, причём на образах F_1 и F_2 сохраняются свойства (*)-(***) для хвостов и остриёв аграфа $\mathbf{Г}_2$.

Подаграф $\mathbf{Г}^* = (\mathbf{A}^*, \mathbf{B}^*, \varphi^*, \psi^*)$ аграфа **Г** состоит из вершин $\mathbf{A}^* \subseteq \mathbf{A}$ и стрелок $\mathbf{B}^* \subseteq \mathbf{B}$, от ображений $\varphi^*\colon \mathbf{B}^* \longrightarrow \mathbf{A}^* \times \mathbf{A}^*$ и $\psi^*\colon \mathbf{B}^* \longrightarrow \mathbf{B}^*$ так, что сужения отображений $\varphi\ /\ (\mathbf{B}^*) = \varphi^*$ и $\psi\ /\ (\mathbf{B}^*) = \psi^*$.

Путь Z длины **n** — это либо **петля** ($\beta\in\mathbf{B}$ вида $\mathbf{h}(\beta) = \mathbf{v}(\beta)$), либо конечная последовательность **n** ребер $\beta_1, \ldots, \beta_\mathbf{n}$ такая, что $\mathbf{h}(\beta_{\mathbf{i+1}}) = \mathbf{v}(\beta_\mathbf{i})$ для $\mathbf{1} \le \mathbf{i} < \mathbf{n}$.

Ориентацией аграфа **Г** называется дизъюнктивное разбиение множества **B** всех стрел на два подмножества — $\mathbf{C}_Г$ и **D**, $\mathbf{B} = \mathbf{C}_Г \sqcup \mathbf{D}$, где $\mathbf{C}_Г \subset \mathbf{B}$, а в **D** входят все стрелы обратные к стрелам $\mathbf{C}_Г$, причём, должно выполнятся $\mathbf{C}_Г \neq \varnothing$ і $\mathbf{D} \neq \varnothing$, множество $\mathbf{C}_Г$ называется **грунтом** данной ориентации. Если для аграфа **Г** существует ориентация Θ (а он её может и не иметь!), тогда его **ориентированный аграф из носителем**, обозначается $\mathbf{Г}^\Theta$, определяется двумя множествами $\mathbf{A} = \mathbf{vert}\mathbf{Г}$ і $\mathbf{C}_Г$, а также отображением $\mathbf{o} : \mathbf{C}_Г \longrightarrow \mathbf{A} \times \mathbf{A}$, которое называется **несущим** для ориентации Θ. Стрелами аграфа $\mathbf{Г}^\Theta$ будет множество $\hat{E} \equiv \mathbf{C}_Г \sqcup \mathbf{C}_Г$.

<u>Комментарий.</u> Вообще говоря, терминология аграфов, почти, всегда совпадает с терминологией обычных графов. Но, всегда нужно помнить и учитывать их внутреннюю структуру, задаваемую (*)–(***). Особенно, это необходимо учитывать для диаграммных изображений аграфов. Ведь для аграфа **Г** важна не только структура множеств **vertГ** і **edgeГ**, но и вид отображений (*)–(***), которые могут быть весьма запутаны, см. рис. 1.

3. Supercategories

3.1. **Суперкатегории** являются «вторым ликом», «вторым этажом» виртутриоидов.

Суперкатегорией $\mathfrak{C}$ называется пара

$$\mathfrak{C} = (\mathbf{Г}, \star), \qquad (2)$$

где $\mathbf{Г} = (\mathbf{A}, \mathbf{B}, \varphi, \psi)$ аграф (1), а «$\star$» — частичная алгебраическая[2] операция, для которой выполняются следующие аксиомы:

1) «$\star$» есть отображение вида

$$\star : \mathbf{B} \times \mathbf{B} \longrightarrow \mathbf{B}, \qquad (3)$$

если для стрелок $\beta_1, \beta_2\in\mathbf{B}$ существует отображение (3), тогда пишем $\beta_1 \star \beta_2$;

---

[2] Мы могли бы и здесь аксиоматизировать свободную, неалгебраическую операцию. Это излишне, так как необходимую свободу нам будет обеспечивать структура арграфа.

2) для каждой стрелки β аграфа $\mathbf{Г}$ существуют две стрелки $\mathbf{p}(\beta)$ и $\mathbf{r}(\beta)$, называемые, левой и **правой петлями** стрелки β, для которых выполняется

$$\beta \star \mathbf{r}(\beta) = \mathbf{p}(\beta) \star \beta = \beta; \tag{4}$$

3) если существует $\beta_1 \star \beta_2$, тогда

$$\mathbf{r}(\beta_1) = \mathbf{p}(\beta_2),\ \mathbf{p}(\beta_1 \star \beta_2) = \mathbf{p}(\beta_1),\ \mathbf{r}(\beta_1 \star \beta_2) = \mathbf{r}(\beta_2). \tag{5}$$

Стрелы аграфа $\mathbf{Г}$, которые являются правыми $\mathbf{r}(\beta)$ или левыми петлями $\mathbf{p}(\beta)$, некоторой стрелки $\beta\in\mathbf{B}$ называются **объектами** суперкатегории $\mathfrak{C}$. В дальнейшем объекты $\mathfrak{C}$ будем обозначать в виде $\mathbf{o}_k(\beta^p)$ или $\mathbf{o}_k(\beta^r)$, если объект является, соответственно, левой или правой петлей морфизма $\beta\in\mathbf{B}$. Если у нас нет необходимости в информации о петлевании морфизма β, пишем просто $\mathbf{o}_k$ или $\mathbf{o}$. И наконец, все стрелки из $\mathbf{B}$ назовем **морфизмами** суперкатегории $\mathfrak{C}$, которые будем обозначать малыми буквами греческого алфавита, например α, β и др.

Совокупность всех объектов $\mathfrak{C}$ обозначим $\mathrm{Ob}(\mathfrak{C})$, а совокупность всех морфизмов $\mathrm{Mor}(\mathfrak{C})$.

Замечание 1. Объекты суперкатегории необязательно должны быть петлями или концами стрелки β в аграфе $\mathbf{Г}$. В принципе, они могли бы и не быть стрелками $\mathbf{Г}$, но мы, сделаем это обобщение позже, если понадобится.

Замечание 2. Мы видим, что некоторые стрелки могут быть одновременно и объектами и морфизмами. Картина С. Дали на рис. 3 прекрасно демонстрирует идею использования вторым уровнем фигуры элементов первого уровня. Причём, как и в суперкатегории на первом уровне, видны не используемые вторам уровнем элементы первого уровня. Где то высоко, на небе, проглядываются элементы третьего уровня. Об этом в следующих параграфах.

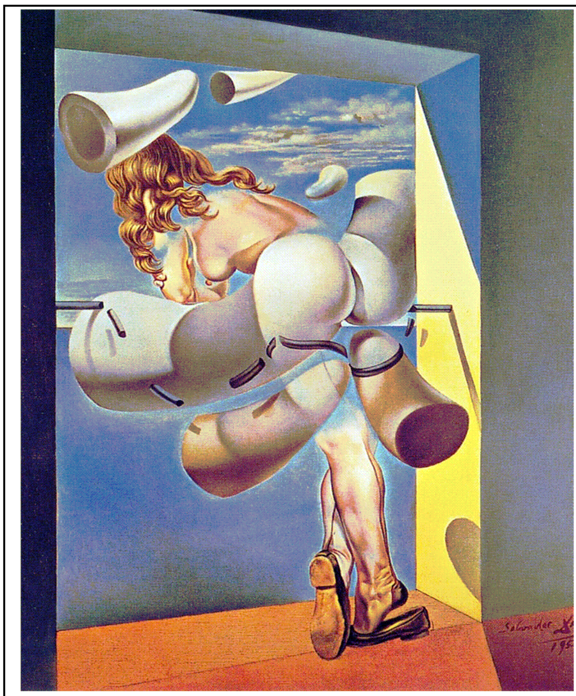

Рис. 3. С. Дали «Гала в трёх измерениях».

Нам понадобиться понятие цикла суперкатегории $\mathfrak{C}$. **Цикл** $\mathbf{C}^0$ длины $\mathbf{n}$ **(или нулевой цикл)** — это произвольный объект $\mathbf{o}\in\mathrm{Ob}(\mathfrak{C})$, либо конечная последовательность $\mathbf{n}$ морфизмов $\beta_1, \ldots, \beta_n$ такая, что $\mathbf{o}_{i+1}(\beta^p) = \mathbf{o}_i(\beta^r)$ для $1 \le i < n$ и $\mathbf{o}_n(\beta^r) = \mathbf{o}_1(\beta^p)$. Цикл $\mathbf{C}^n$ называется **простым**, если не существует ненулевого цикла $\mathbf{C}^m$, $\mathbf{m} < \mathbf{n}$ все объекты и морфизмы которого принадлежат циклу $\mathbf{C}^n$.

3.2. Пусть $\mathfrak{C}_1=(\mathbf{A}_1, \mathbf{B}_1, \varphi_1, \psi_1, \star_1)$, $\mathfrak{C}_2=(\mathbf{A}_2, \mathbf{B}_2, \varphi_2, \psi_1, \star_2)$ и $\mathfrak{C}_3=(\mathbf{A}_3, \mathbf{B}_3, \varphi_3, \psi_3, \star_3)$ три суперкатегории. **Суперфунктором** (**функтором**, если не будет возникать неоднозначности) из $\mathfrak{C}_1$ в $\mathfrak{C}_2$ называется тройка

$$(\mathfrak{C}_1, \mathcal{F}, \mathfrak{C}_2), \tag{6}$$

где $\mathcal{F}$ отображение вида $\mathcal{F} : \mathbf{B}_1 \longrightarrow \mathbf{B}_2$ такое, что для каждого $\alpha\in\mathrm{Mor}(\mathfrak{C}_1)$ имеем $\mathcal{F}(\alpha)\in\mathrm{Mor}(\mathfrak{C}_2)$. И такого, что если $\beta_1 \star_1 \beta_2$ определенно в $\mathfrak{C}_1$, тогда $\mathcal{F}(\beta_1) \star_2 \mathcal{F}(\beta_2)$ определенно в $\mathfrak{C}_2$ и

$$\mathcal{F}(\beta_1) \star_2 \mathcal{F}(\beta_2) = \mathcal{F}(\beta_1 \star_2 \beta_2).$$

Пусть $(\mathfrak{C}_1, \mathcal{F}_1, \mathfrak{C}_2)$ и $(\mathfrak{C}_2, \mathcal{F}_2, \mathfrak{C}_3)$ два суперфунктора. Их **суперпозицией** называется суперфунктор $(\mathfrak{C}_1, \mathcal{F}_3, \mathfrak{C}_3)$ сопоставляющий $\beta \in \mathrm{Mor}(\mathfrak{C}_1)$ к $\mathcal{F}_2(\mathcal{F}_1(\beta))$.

Натуральное преобразование $\mathcal{F}$ **к** H двух функторов $(\mathfrak{C}_1, \mathcal{F}, \mathfrak{C}_2)$ и $(\mathfrak{C}_1, \mathrm{H}, \mathfrak{C}_2)$ определяется как тройка

$$\tau_{\mathcal{F}\mathrm{H}} = (\mathcal{F}, \tau, \mathrm{H}), \tag{7}$$

где τ есть отображение сопоставляющее каждому объекту $\mathbf{o} \in \mathrm{Ob}(\mathfrak{C}_1)$ морфизм

$$\tau(\mathbf{o}) : \mathcal{F}(\mathbf{o}) \longrightarrow \mathrm{H}(\mathbf{o})$$

так, что для всякого морфизма $\beta \in \mathrm{Mor}(\mathfrak{C}_1)$ вида $\beta : \mathbf{o} \longrightarrow \mathbf{o}^*$ композиции морфизмов $\tau(\mathbf{o}^*) \star_2 \mathcal{F}(\beta)$ и $\mathrm{H}(\beta) \star_2 \tau(\mathbf{o})$ определены в $\mathfrak{C}_2$ и выполняется

$$\tau(\mathbf{o}^*) \star_2 \mathcal{F}(\beta) = \mathrm{H}(\beta) \star_2 \tau(\mathbf{o}). \tag{8}$$

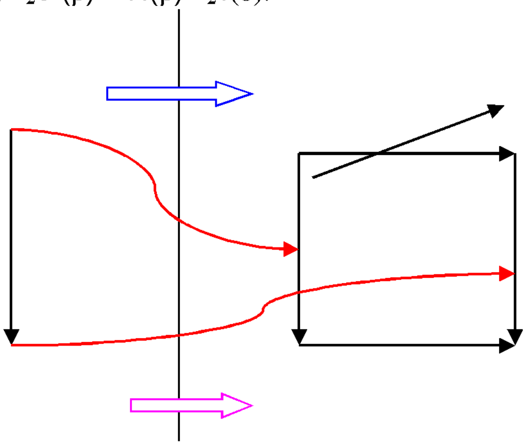

Рис. 4. Натуральное преобразование.

<u>Комментарий</u>. Идея натурального преобразования, действительно, естественна (натуральная!). Её лучше объяснять простыми словами. Два функтора $\mathcal{F}$ и H (или функтора) «перегоняют» суперкатегорию $\mathfrak{C}_1$ в суперкатегорию $\mathfrak{C}_2$. Но, они, при этом, размещают образы объектов и морфизмов $\mathfrak{C}_1$ в $\mathfrak{C}_2$ в разных местах. Так, натуральное преобразование τ, «прижимает» образы объектов и морфизмов $\mathfrak{C}_1$, которые были получены с помощью $\mathcal{F}$ в образы объектов и морфизмов $\mathfrak{C}_1$, которые были получены с помощью H, соединяя всякие два объекта и морфизм между ними (полученные с помощью $\mathcal{F}$) с двумя объектами и морфизмом между ними (полученные с помощью H), смотри равенство (8).

Я могу объяснить любое головоломное математическое построение, вот такими простыми словами. (Кстати, именно так и делали в докартензианское время!). Но, тогда, меня наверняка съедят живьем мои коллеги по математическому цеху.

3.3. Первым, и очень важным натуральным преобразованием есть **константная привязка**. Пусть $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ – соответствующие суперкатегории. Если $\mathbf{o} \in \mathrm{Ob}(\mathfrak{C}_2)$, тогда константное отображение $\varphi : \mathrm{Mor}(\mathfrak{C}_1) \longrightarrow \mathbf{o}$ сопоставляющее $\mathbf{o}$ каждому морфизму $\beta \in \mathrm{Mor}(\mathfrak{C}_1)$ и определяет функтор

$$\mathcal{F}^{(\mathbf{o})} : \mathfrak{C}_1 \Rightarrow \mathfrak{C}_2, \tag{9}$$

который мы будем называть **константным** суперфунктором (функтором).

Если

$$\delta : \mathbf{o} \longrightarrow \mathbf{o}^*, \ \delta \in \mathrm{Mor}(\mathfrak{C}_2), \tag{10}$$

мы обозначим $\tau_o^{o^*}$ натуральное преобразование $(\mathcal{F}^{(o)}, \tau, \mathcal{F}^{(o^*)})$, такое, что

$$\tau_o^{o^*}(u) = \delta, \text{ каждому } u \in \mathrm{Ob}(\mathfrak{C}_1)$$

Натуральное преобразование $\tau_o^{o^*}$ называется **константной привязкой** на δ, см. (10).

Любое натуральное преобразование из константного функтора, а именно, натуральное преобразование $(\mathcal{F}^{(o)}, \tau, \mathrm{H})$ называется **проективным конусом в $\mathfrak{C}_2$, индексированным $\mathfrak{C}_1$ с базой $\mathrm{H} : \mathfrak{C}_1 \Rightarrow \mathfrak{C}_2$ и вершиной o**. Аналогичное натуральное преобразование вида $(\mathcal{F}, \tau, \mathcal{F}^{(o)})$ будет называться **индуктивным конусом**.

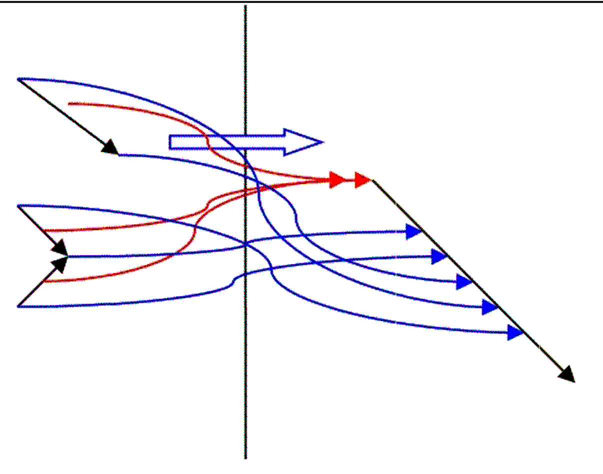

Рис. 5. Константная привязка.

Комментарий. Возникает резонный вопрос — зачем мы так мучаемся, разбирая достаточно известные понятия, в категорных кругах? А они у нас неассоциативные! Даже, частично. Да, ещё и строятся, на запутанных стрелках аграфа. И какая ассоциативность может быть, в диаграммах траекторий движения броуновских частиц — нашего основного примера.

4. Градоиды

4.1. Пусть $\mathrm{Ob}(\mathfrak{C})$ и $\mathrm{Mor}(\mathfrak{C})$ совокупности всех объектов и морфизмов суперкатегории $\mathfrak{C}$. Очевидно, что пара

$$o = (\mathrm{Ob}(\mathfrak{C}), \mathrm{Mor}(\mathfrak{C}))$$

образует диграф

$$o = (\mathbf{O}, \mathbf{M}), \tag{11}$$

у которого **вершинами O** будут объекты $\mathrm{Ob}(\mathfrak{C})$, а **рёбрами M** — морфизмы $\mathrm{Mor}(\mathfrak{C})$. Все рёбра и вершины диграфа o принадлежат некоторому простому циклу.

Ориентируем все ненулевые простые циклы $\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{2}^{\mathbf{M}}$ диграфа o. Нулевые циклы будем считать ориентированными в обе стороны одновременно. Тем самым, рёбра o относительно цикла, к которому они принадлежат, имеют знак «**1**», или знак «**2**», в зависимости от того совпадает их направление с ориентацией соответствующего цикла. Рёбра o, которые не принадлежат никакому циклу o, называются **ресницами** и будут иметь знак «**3**».

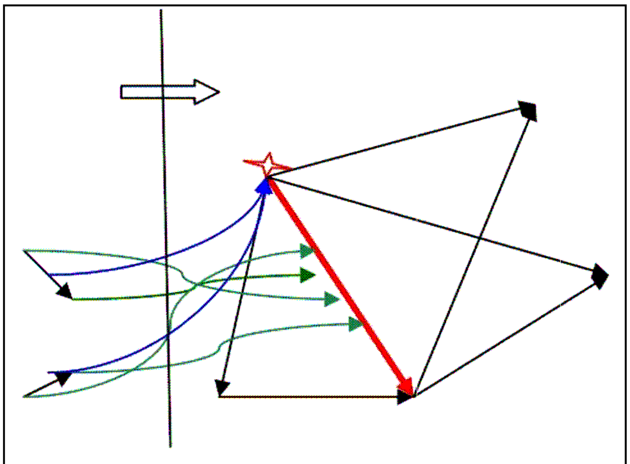

Рис. 6. Проективный конус.

Теорема 1. Совокупность всех ресниц диграфа o образует дилес w.

Доказательство следует из того, что ни одна ресница не входит в ни какой цикл.

Поддеревья дилеса W называются **кустами**, а подцепи W максимальной длины называются **хвостами градоида** $\Im$. И как мы указывали раньше, существует отображение

$$\psi_1 : W(\mathbf{M}) \longrightarrow (\mathbf{3}), \qquad (12)$$

где $W(\mathbf{M})$ — сет рёбер диграфа O образующих дилес W.

Рис. 7. Р.Магритт. Градоид?!

Пусть $\mathbf{Z} = \{z_1, \ldots, z_t\}$ — совокупность всех простых циклов диграфа O с фиксированной ориентацией Å («за» или «против» часовой стрелки, формальное определение смотри в [6]) и $z_i = (z_i^1, \ldots, z_i^{i_k})$, $i = [1,t]$, совокупность рёбер O входящих в цикл z_i. Если цикл z_i — нулевой, другими словами $i_k = 1$, тогда

$$\psi_2 : z_i \longrightarrow (\mathbf{0}), \quad z_i^1 = z_i^{i_k} \mapsto \mathbf{0}. \qquad (13)$$

Если цикл z_i — ненулевой, тогда

$$\psi_3 : z_i \longrightarrow (\mathbf{1}\ ,\ \mathbf{2}), \qquad (14)$$

$z_i^{i_s} \mapsto 1$, если ребро $z_i^{i_s}$ направлено по часовой стрелке,

$z_i^{i_s} \mapsto \mathbf{2}$, если ребро $z_i^{i_s}$ направлено против часовой стрелки.

Тем самым, рёбра ненулевого цикла z_i разбиваются на два подсета $\mathbf{R}^+(z_i)$ и $\mathbf{R}^*(z_i)$, которым сопоставляется **1** и **2**, их будем называть, соответственно, **положительной** и **отрицательной стороной** цикла z_i, $z_i = \mathbf{R}^+(z_i) \cup \mathbf{R}^*(z_i)$, $\mathbf{R}^+(z_i) \cap \mathbf{R}^*(z_i) = \varnothing$.

Семёрку вида

$$\Im\text{г} = (\mathbf{O}\ ,\ \mathbf{M}\ ,\ W\ ,\ \mathbf{Z}\ ,\ \psi_1\ ,\ \psi_2\ ,\ \psi_3), \qquad (15)$$

будем называть **графическим градоидом**, см. рис. 7, или рис. 8. На обоих фигурах не нарисованы нулевые циклы, которые размещены в каждой вершине и без труда могут быть восстановлены фантазией нашего читателя.

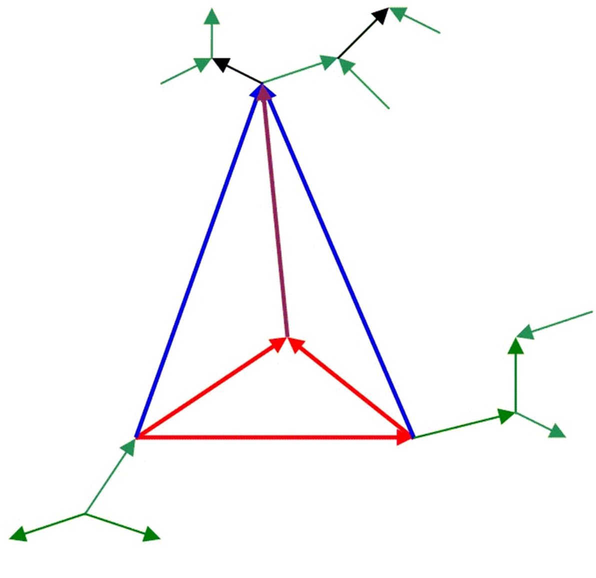

Рис. 8. Графический градоид

Теорема 2. Пусть **Z** простых циклов графического градоида $\Im$г (15). Совокупность положительных и отрицательных сторон циклов из удовлетворяет следующим свойствам:

1) не является стороной никакого цикла из **Z**;
2) Если **S** является стороной некоторого цикла, тогда стороной является и его дополнение $\overline{S}$;
3) Нет строгого подсета стороны **S**, которая тоже является стороной;
4) Если $\mathbf{S_0}$ и $\mathbf{S_1}$ есть стороны, причем $\mathbf{S_1} \neq \overline{S_0}$ и $s \in S_0^+ \cap S_1^*$, тогда существует третья сто-

рона $\mathbf{S_2}$ со свойством

$$S_2^+ \subseteq (S_0^+ \bigcup S_1^+)\setminus\{s\} \text{ and } S_2^- \subseteq (S_0^- \bigcup S_1^-)\setminus\{s\}.$$

Доказательство всех четырёх свойств и ещё огромного числа свойств диграфов содержится в моей старенькой, но всё ещё актуальной книге [5].

4.2. Пусть **Ob($\mathfrak{C}$)** и **Mor($\mathfrak{C}$)** совокупности всех объектов и морфизмов суперкатегории $\mathfrak{C}$. Дальше, пусть $w = (\mathbf{V},\mathbf{W})$, где **V** — вершины, а **W** — рёбра w, максимальный по включению, дилес диграфа **(Ob($\mathfrak{C}$) , Mor($\mathfrak{C}$))**. Если сеты $\mathfrak{Z}$ комбинаторной конфигурации

$$z = (\mathbf{Mor}(\mathfrak{C}) \,/\, \mathbf{W}, \mathfrak{Z}), \; \mathfrak{Z} \subseteq \mathbf{W}^{\#},$$

где $\mathbf{W}^{\#} = 2^{\mathbf{Mor}(\mathfrak{C}) / \mathbf{W}}$, удовлетворяют свойствам **1)** — **4)**, пара

$$\mathfrak{I} = (w, z) \qquad (16)$$

называется **градоид $\mathfrak{I}$ виртуального графоида** .

5. Виртутриоид

Виртутриоидом  называется тройка

= (Г, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{I}$),

где **Г** — аграф (1), $\mathfrak{C}$ — суперкатегория (2), $\mathfrak{I}$ — градоид (16).

Литература:

1. *Valery V. Gritsak-Groener, Julia Gritsak-Groener*. Sketch-categorical model of a knowledge base. // Nautshno-Tech. Inf., Ser. 2, 1990, N9, 24-26 (1990).
2. *Valery V. Gritsak-Groener, Julia Gritsak-Groener*. Sketch-categorical model of a Knowledge base. 2. // Autom. Doc. Math. Linguist. 2. 24, N5, 28-32 (1990).
3. *Valery V. Gritsak-Groener*. Recognition of semigroups and groupoids. The beginning of the algebraic theory of decoding. — Moscow, PMIT, 1981.
4. *Valery V. Gritsak-Groener, Julia Gritsak-Groener*. A Categorical Model of Neurosystem. // Proceedings of the 1996 International Conference on Parallel and Distributed Processing Techniques and Applications, Sunnnyvale Hilton, California, USA, August 9-11, 1996. — Pp.1610–1613.
5. Theory of Matroids and L-matroids. — Publish House IK ANU, 1988.
6. *Valery V. Gritsak-Groener*. Logic and Categorical Theory for Natural Science. — ACADEMIA-SVITOZIR, 1995. — 322 p.

Статья поступила в редакцию 08.04.2012 г.

Gritsak von Groener V.V., Gritsak-Groener J.

Virtutrioids

In this paper we will introduce a new kind of mathematical structure which we will call a VIRTUTRIOID. It is an abstract mathematical three-structure which in many ways will reflect and model the way in which ground applications — mathematical physics (quantum & statistical physics), mathematical biology (life theory, molecular biology) and mathematical informatics (decoding theory, system theory) — is being built. It is starting article of a general theory of structure and organization of virtutrioids.

Key words: agraph, supercategory, gradoid, virtutrioid.