УДК 523.11:524.827:539.12:524.854:530.11

Букалов А. В.

ПАРАДОКСЫ С ЭНТРОПИЕЙ ЧЕРНЫХ ДЫР И ИХ ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ

Центр физических и космических исследований, Международный институт соционики, ул.Мельникова, 12, г.Киев-50, 04050, Украина
e-mail: *bukalov.physics@socionic.info*

Энтропия черных дыр по Бекенштейну-Хокингу как функция площади горизонта событий черной дыры не является аддитивной величиной, что противоречит классическому определению энтропии. Показано, что представление энтропии черной дыры как линейной функции гравитационного радиуса позволяет корректно определить энтропию такой черной дыры, которая является аддитивной величиной. Обсуждаются особенности одномерного кодирования информации через гравитационный радиус и понятие сложности по Колмогорову.

Ключевые слова: черная дыра, энтропия, информация, машина Тьюринга.

1. Введение

Как известно, энтропия черных дыр по Бекенштейну-Хокингу определяется как отношение площади горизонта событий черной дыры к квадрату планковской длины

$$S_{BH} = \frac{A}{4L_P^2} = \frac{\pi R_g^2}{L_P^2}. \tag{1}$$

Далее вводится энтропия для черной дыры наблюдаемой массы M, вращательным моментом J и зарядом Q. По аналогии с термодинамикой предложены 4 закона термодинамики черных дыр [4]. При этом для черных дыр предложена оценка термодинамического соотношения

$$E = \theta\delta S^H + \Omega^H \delta J + \Phi^H \delta Q \tag{2}$$

Температура излучения черной дыры $\theta = \hbar k / (2\pi c k_B)$, где k — поверхностная гравитация: $k = 4\pi\sqrt{M^2 - Q^2 - J^2 / M^2} / A$

$$A = 4\pi(2M^2 - Q^2 + 2M\sqrt{M^2 - Q^2 - J^2 / M^2}), \tag{3}$$

$\Omega^H = 4\pi J / (MA)$ — угловая скорость, $\Phi^H = 4\pi Q r_+ / A$ — электрически потенциал черной дыры [4–8].

По аналогии со вторым законом термодинамики, площадь поверхности черной дыры не убывает, $\delta S^H \geq 0$, точнее энтропия черной дыры плюс энтропия вещество, находящегося в некоторой пространственной области вместе с черной дырой, т.е. обобщенная энтропия $S = S^H + S^m$ никогда не убывает.

2. Новый подход к определению энтропии черной дыры

Однако представление энтропии квадратом гравитационного радиуса или квадратом массы черной дыры $S^H \sim R_g^2 \sim (2M)^2$ влечет за собой неаддитивность энтропии, что противоречит классической термодинамике:

$$S_1 = k\ln W_1, \quad S_2 = k\ln W_2, \quad S = S_1 + S_2 = k\ln(W_1 \cdot W_2) \tag{4}$$

Это обстоятельство уже отмечалось некоторыми авторами. Так, Б. Лавенда после анализа понятия энтропии черных дыр делает вывод, что формула Бекенштейна-Хокинга означает «что угодно, кроме энтропии» [3].

Рассмотрим теперь энтропию при слиянии двух черных дыр одинаковой массы M_0. Сумма двух энтропий или сумма площадей двух черных дыр составляет

$$S = S_0 + S_0 = 2S_0 = \pi\frac{R_0^2 + R_0^2}{4L_P^2}. \qquad (5)$$

При этом, как показывают расчеты, потеря массы в виде излучения при слиянии черных дыр составляет всего $\Delta E = 2{,}5\cdot 10^{-3}M$ [1]. Таким образом, суммарная масса образовавшейся черной дыры практически равна $\tilde{M} = 2M_0$. Энтропия такой черной дыры составит $S = \pi(2R_0)^2 / L_P^2$, что в два раза превышает сумму энтропий:

$$(2R_0)^2 = 4R_0^2 > 2R_0^2. \qquad (6)$$

Если же мы рассмотрим ситуацию, когда в некоторой пространственной области находятся две черные дыры одинаковой массы, вещество и излучение, суммарная энтропия всей системы составит

$$S = S_1^H + S_2^H + S_M + S_\gamma \qquad (7)$$

и изменяется незначительно.

Рассмотрим теперь изменение энтропии в двух вариантах:

$$S_1 = 4\pi\frac{R_0^2 + R_0^2}{4L_P} + S_M, \quad S_2 = 4\pi\frac{(R_0 + R_0)^2}{4L_P} + S_M. \qquad (8)$$

Таким образом

$$S_1 = S_2 + 2R_0^2. \qquad (9)$$

Однако S_Σ почти постоянно. Таким образом

$$S_\Sigma = S_2 - 2R_0^2 + S_{M_1 r} = S_2^H - \delta S^H + S_{M_1 r}. \qquad (10)$$

Это означает, что слияние двух черных дыр при использовании формулы Бекенштейна-Хокинга уменьшает энтропию вещества и излучения, или слияние черных дыр вызывает прирост негативной энтропии — информации в окружающем пространстве. Но этот вывод явно ошибочен.

Следовательно, формула Бекенштейна-Хокинга описывает не энтропию, а другую величину.

Рассмотрим теперь термодинамическую формулу для первого закона термодинамики черных дыр:

$$\delta E = \theta\delta S^H + \Omega^H \delta J + \Phi^H \delta Q. \qquad (11)$$

Для простоты рассмотрим стационарный случай при $J = 0,\ Q = 0$. Тогда

$$\delta E = \theta\delta S^H. \qquad (12)$$

Однако

$$\theta = \frac{\hbar k}{2\pi c k_B} = \frac{\hbar c}{4\pi k_B R_g}, \qquad (13)$$

А $\delta S^H \sim \frac{(\delta R)^2}{4L_P^2}$, поскольку энтропия, по Бекенштейну-Хокингу, пропорциональна квадрату приращения гравитационного радиуса или массы. Т.е. необходимо рассматривать и приращение температуры. Более корректно будет

$$\delta E = k_B \delta\theta \cdot \delta S^H = \frac{k_B \hbar c}{4\pi} \frac{1}{\delta R} \frac{(\delta R)^2}{4L_P^2} = \frac{k_B \hbar}{4\pi} \frac{c}{L_P} \frac{\delta R}{4L_P} = \frac{k_B \tilde{\theta}_P}{8\pi} \frac{\delta R}{2L_P}. \tag{14}$$

В этом случае характеристическая температура равна планковской:

$$\theta_P = \frac{1}{8\pi k_B}\left(\frac{\hbar c^5}{G_N}\right)^{1/2},$$

и энтропия пропорциональна не квадрату гравитационного радиуса, а гравитационному радиусу:

$$\tilde{S}_i^H = \frac{R_g}{2L_P} = \frac{2M}{2L_P}\frac{G_N}{c^2}. \tag{15}$$

Такая энтропия аддитивна и полностью согласуется с классической термодинамикой:

$$S \cong S_1 + S_2 = M_1 + M_2 = R_1 + R_2. \tag{16}$$

При этом второй закон термодинамики тоже выполняется: растет и гравитационный радиус, и площадь горизонта событий черной дыры как квадрат этого радиуса.

Таким образом планковские единицы являются естественным выражением характеристик черной дыры. Отсюда следует, что энтропия по Бекенштейну-Хокингу является квадратом аддитивной энтропия. Другие формулы не изменяются.

Итак, в планковских единицах энтропия черной дыры с массой, близкой к массе Солнца составляет $S_0 = M_0 / m_P \approx 10^{38}$, для типичного ядра галактики $S_N \approx 10^9 M_0 / m_P \approx 10^{47}$, для Вселенной в радиусе Хаббла $S_U \approx 10^{60}$. Тогда второй закон термодинамики для черных дыр можно записать в виде

$$\delta E = k_B \theta_P + \delta \tilde{S}^H + \Omega^H \delta J + \Phi^H \delta\theta. \tag{17}$$

Заметим, что реальные значения энергии не изменяются.

Откуда берется температура $\theta_P = \hbar c / (8\pi L_P k_B)$? Очевидно, это максимально достижимая температура внутри черной дыры. Ее измерил бы наблюдатель, находящийся у сингулярности, внутри черной дыры, а не снаружи, у поверхности горизонта, как в формуле Бекенштейна-Хокинга.

$$k_B \theta_P \frac{R_g}{2L_P} = k_B \theta_{BH} \cdot \frac{R_g^2}{4L_P^2}, \tag{18}$$

так как

$$\theta_{BH} = \theta_P \left(\frac{2L_P}{R_g}\right). \tag{19}$$

3. Гравитационный радиус как параметр энтропии и информации

Введение энтропии, линейно зависящей от гравитационного радиуса $S_{BH} \sim R_g \sim M$, показывает, что вся реальная информация и энтропия в черной дыре определяются эффективным гравитационным радиусом, или массой M'_{BH}. В самом деле, площадь горизонта событий — это квадрат гравитационного радиуса. Новой информации, по сравнению с радиусом, площадь не несет. Если сопоставить гравитационному радиусу $R_g = NL_P$, $M_{BH} = Nm_P$ — набор планковских интервалов, из которых он состоит, то гравитационный радиус можно представить в виде линейного несжимаемого кода, например в двоичном виде $R_g = [010010100001110...]$. Таким образом, движение объекта по гравитационному радиусу фактически является считыванием информации обо всей черной (или белой) дыре, которая отражается в траектории движения этого объекта. Это означает, что одномерный приведенный радиус отражает всю информацию, содержащуюся в черной или белой дыре и на поверхности ее горизонта событий. С другой стороны, это не что иное, как реализация машины Тьюринга, где в роли линейного алгоритма выступает траектория движения объекта, задаваемая эффективным гравитационным радиусом. Кроме того, рассмотрение одномерного радиуса и информации происходит в системе отсчета наблюдателя внутри черной или белой дыры, под горизонтом событий, в отличие от наблюдателя вне горизонта событий [1, 4]. При этом одномерная координата в черной дыре играет роль времени, $x_0 = c\tau_0$, $x_\mu = ct_\mu$. Мировая линия движения объекта по этой координате означает считывание информации, задаваемой структурой всей черной или белой дыры. Таким образом от 3-мерного и 2-мерного (голографического) представления мы переходим к одномерному кодированию на планковском или более макроскопических уровнях. Можно также рассматривать алгоритм движения по такой одномерной траектории как имеющий информационную сложность по Колмогорову. Этот линейный алгоритм несжимаем, поэтому содержит такое же количество информации, как и поверхность или объем черной дыры.

Наблюдатель внутри черной дыры не может фиксировать угловой момент J или заряд Q, но эти параметры влияют на эффективную траекторию его движения, или гравитационный радиус. Взаимодействия между телами, движущимися синхронно, вносит индивидуальные возмущения в эволюционное движение объектов. И такие взаимодействия порождают индивидуальную эволюционную траекторию объектов.

Литература:

1. *Букалов А. В.* Причина необратимости и одномерности времени. // Тезисы докладов 2-й Харьковской конф. «Гравитация, космология и релятивистская астрофизика». — Харьков, 2003. — С. 93.
2. *Колмогоров А. Н.* Три подхода к определению понятия «количество информации» // Проблемы передачи информации. — 1965. —Т. 1. — Вып. 1. — С. 3–11.
3. *Лавенда Б.* Статистическая физика. Вероятностный подход: Пер. с англ. — М.: Мир, 1999. — 432 с.
4. *Новиков И. Д., Фролов В. П.* Физика черных дыр. — М., Наука, 1986. — 328 с.
5. *Bekenstein J. D.* Phys. Rev. D **7** 2333 (1973)
6. *Bekenstein J. D.* Phys. Rev. D **9** 3292 (1974)
7. *Bekenstein J. D.* Phys. Rev. D **49** 1912 (1994)
8. *Hawking S. W.* Commun. Math. Phys., 1975, v.43, p. 199.

Статья поступила в редакцию 02.10.2012 г.

Bukalov A. V.

The paradoxes of the entropy of black holes and their possible solution

The entropy of black holes by Bekenstein-Hawking as a function of the square of the event horizon of a black hole is not an additive value, which contradicts the classical definition of entropy. It is shown that the representation of the entropy of a black hole as a linear function of the gravitational radius can correctly determine the entropy of such a black hole, which is an additive value. The specific features of the one-dimensional coding of information through the gravitational radius and the notion of Kolmogorov complexity are discussed.

Key words: black hole, entropy, information, Turing machine.